



Étude et réalisation de lignes à retard optique intégrées dans des micro-résonateurs à modes de galerie en verres actifs dopés erbium

Vincent Huet

► To cite this version:

Vincent Huet. Étude et réalisation de lignes à retard optique intégrées dans des micro-résonateurs à modes de galerie en verres actifs dopés erbium. Optique [physics.optics]. Université de Rennes, 2015. Français. NNT : 2015REN1S108 . tel-01323015

HAL Id: tel-01323015

<https://theses.hal.science/tel-01323015>

Submitted on 30 May 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ANNÉE 2015



THÈSE / UNIVERSITÉ DE RENNES 1
sous le sceau de l'Université Européenne de Bretagne

pour le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Mention : PHYSIQUE

École doctorale : Science De La Matière

présentée par

Vincent Huet

préparée à l'unité de recherche FOTON CNRS UMR 6082
Équipe SYSTÈMES PHOTONIQUES/GROUPE LASERS ET TÉLÉCOMS
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DES SCIENCES APPLIQUÉES ET DE
TECHNOLOGIE

**Étude et réalisation
de lignes à retard
optique intégrées dans
des micro-résonateurs
à modes de galerie
en verres actifs
dopés Erbium**

**Thèse soutenue à Lannion
le 16/12/2015**

devant le jury composé de :

Stefania RESIDORI

Directeur de recherche CNRS, INLN / rapporteur

Éric CASSAN

Professeur, IEF Université Paris Sud / rapporteur

Roberta RAMPONI

Directrice de l'IFN-CNR, Milan / examinatrice

Daniel DOLFI

Directeur du département de Physique de THALES,
Palaiseau / examinateur

Marc VALLET

Professeur, IPR Université de Rennes 1 / examina-
teur

Jean-Marc LESAGE

Ingénieur DGA, Bruz / examinateur

Patrice FÉRON

Professeur, FOTON Université de Rennes 1 / direc-
teur de thèse

Yannick DUMEIGE

Maître de Conférences HDR, FOTON Université de
Rennes 1 / co-directeur de thèse

Table des matières

Introduction	7
1 Généralités sur les résonateurs	13
1.1 Fonction de transfert	14
1.1.1 Approche utilisant les matrices de transfert	14
1.1.2 Approche temporelle	18
1.1.3 Lien entre les deux approches	20
1.1.4 Bilan	21
1.2 Régime de couplage	21
1.3 Propriétés dispersives	23
1.3.1 Retard de groupe	23
1.3.2 Propagation d'une impulsion dans un résonateur passif	25
1.4 Renforcement de la densité de puissance intra-cavité	28
2 Spectroscopie de l'erbium dans les verres	31
2.1 Structure électronique des terres rares	32
2.2 Niveaux d'énergie de l'ion Erbium	34
2.2.1 Action de la matrice	36
2.2.2 Transitions radiatives	37
2.3 Élargissement des transitions électroniques de l'Erbium dans un verre	39
2.3.1 Élargissement homogène	40
2.3.2 Élargissement inhomogène	40
2.4 Caractérisation du verre de ZBLALiP	41
2.4.1 Sections efficaces d'absorption et d'émission	42
2.4.1.1 Aspect théorique	42
2.4.1.2 Mesures	43

2.4.2	Mesure du temps de vie des populations du niveau $^4I_{13/2}$	45
3	Résonateurs à modes de galerie	47
3.1	Les modes de galerie	48
3.1.1	Approche simple des modes de galerie	48
3.1.2	Description électromagnétique	52
3.1.3	Positions approximatives des résonances	55
3.1.4	Facteur de qualité	60
3.1.5	Finesse	65
3.1.6	Volume de mode	66
3.2	Fabrication des microsphères	68
3.2.1	Processus de fabrication des microsphères en verre de ZBLA-LiP	69
3.2.1.1	La torche plasma micro-onde	69
3.2.1.2	Le processus de fabrication	70
3.2.2	Sélection et collage des sphères	71
4	Systèmes de couplage aux modes de galerie	73
4.1	Méthodes de couplage	74
4.1.1	Couplage par prisme	74
4.1.2	Couplage par fibre biseautée	76
4.1.3	Couplage par fibre effilée (taper)	76
4.1.4	Couplage par pointe effilée (demi-taper)	79
4.2	Propagation de la lumière dans une fibre effilée	79
4.2.1	Modes se propageant dans une fibre effilée	80
4.2.2	Proportion de la puissance se propageant sous forme évanescente	84
4.3	Fabrication des tapers et des demi-tapers	87
4.3.1	Fabrication de tapers à l'aide d'une flamme	87
4.3.2	Fabrication de tapers et demi-tapers à l'aide d'une soudeuse de fibres optiques	91
5	Augmentation du facteur de qualité par compensation des pertes	93
5.1	Configuration expérimentale	94

5.2	Méthode de mesure des propriétés linéaires d'un résonateur à haut facteur de qualité	95
5.2.1	Motivations	95
5.2.2	Méthode expérimentale	96
5.2.2.1	Méthode du balayage en fréquence	96
5.2.2.2	Expression de la transmission sous excitation non-stationnaire	98
5.3	Montage expérimental	101
5.4	Résultats expérimentaux	104
5.4.1	Méthode numérique d'obtention des valeurs de τ_0 et τ_e	107
5.4.2	Analyse des différents résultats obtenus	108
5.5	Discussion	110
6	Contrôle du temps de vie des photons dans une microcavité par effets de lumière lente	111
6.1	Lumière lente	112
6.1.1	Indice de groupe et lumière lente	112
6.1.2	Ralentissement de la lumière	113
6.1.3	Méthodes d'obtention de la lumière lente	114
6.2	Oscillations Cohérentes de Populations (OCP)	115
6.2.1	Principe	115
6.2.2	Modélisation	118
6.2.2.1	Expression de la susceptibilité à la fréquence de la sonde	118
6.2.2.2	Simplification des expressions dans le cas homogène	121
6.2.2.3	Cas de l'élargissement inhomogène	122
6.3	Mise en évidence expérimentale du régime de lumière lente	123
6.3.1	Dispositif étudié	123
6.3.2	Montage expérimental	125
6.3.2.1	Description du matériel utilisé	125
6.3.2.2	Facteur de qualité des microsphères en ZBLALiP dopée Erbium sans effet de lumière lente	127
6.3.3	Mesure du retard de groupe	128

6.3.4	Augmentation du temps de vie des photons	134
6.4	Discussion	136
Conclusion		139
A Calcul du coefficient de transmission en intensité de la sonde		141
B Publications et conférences relatives à ce travail de thèse		143

Introduction

Dans ce travail, nous nous intéressons à des résonateurs monolithiques dans lesquels la lumière suit des trajectoires fermées par réflexion totale interne sur les surfaces incurvées de résonateurs diélectriques transparents. Les modes optiques dans ces résonateurs, dénommés morphology-dependent resonances (MDR) ou whispering gallery modes (WGMs) [1,2] peuvent être vus comme des tores lumineux confinés par réflexion totale interne à la surface des résonateurs. Dans les deux dernières décennies, l'utilisation des propriétés uniques de confinement spatial et temporel de la lumière dans les résonateurs à modes de galerie a ouvert de nouvelles voies de recherches dans des domaines des sciences tant fondamentales qu'appliquées. Ainsi nous en sommes arrivés à un point où il est devenu extrêmement difficile de faire une bibliographie qui aurait la prétention d'être exhaustive. Les applications en sont extrêmement variées et se déclinent depuis les expériences de lévitation de microgouttes dans les aérosols jusqu'au résonateurs cristallins de ultra-hauts facteurs de qualité en passant par l'intégration (au sens de l'optique intégrée) de micro résonateurs dans des dispositifs et systèmes pour les télécommunications optiques ou pour l'instrumentation et leur utilisation en tant que capteurs. Ces résonateurs peuvent être le support de phénomènes en optique linéaire, optique non-linéaire, physique des lasers et peuvent être appliqués à des fonctions aussi différentes que les sources (lasers ou génération d'harmoniques par mélange d'ondes) les filtres (stop bande, passe bande) fixes ou accordables, les fonctions de commutation en longueur d'onde, les fonctions logiques mais aussi la spectroscopie, la détection de molécules uniques et enfin les expériences fondamentales d'électrodynamique quantique en cavité. Ces résonateurs diélectriques peuvent se présenter sous des formes aussi diverses que des cylindres, des sphères, des sphéroïdes, des tores, des anneaux. Par désir de simplification nous

utiliserons le terme générique de Résonateurs à Modes de Galerie (whispering gallery resonators - WGRs) et whispering gallery modes (WGMs) pour décrire ces résonateurs et leurs modes. La fabrication de résonateurs diélectriques est potentiellement simple et de coût peu élevé et se prêterait très bien à l'hybridation ou à l'intégration de composants et dispositifs. Il a été démontré que la petite taille de ces résonateurs a notamment pour conséquence une grande stabilité mécanique associée à un contrôle relativement aisé des paramètres de la cavité. Les WGRs peuvent être "aisément" accordés, stabilisés et intégrés dans un système optique ou optronique.

Ce travail concerne essentiellement les cavités de très haut facteur de qualité. Les micro-résonateurs optiques possédant de très long temps de vie de cavité (*i.e* un très haut facteur de qualité Q) sont d'un grand intérêt pour la photonique contemporaine [3–5]. Dans les microcavités ayant de faibles volumes de mode, le très long temps de stockage des photons induit un très fort champ électrique par photon qui réduit le seuil d'apparition des effets non-linéaires [6–10]. En régime linéaire, ils peuvent par exemple être utilisés comme lignes à retard ou filtres très sélectifs pour des applications optiques [11–13] ou hyperfréquences [14–16]. En outre, leur grande sensibilité spectrale a rendu possible la réalisation de capteurs optiques biologiques et chimiques [17–19]. Un article de revue conséquent a été publié cette année sur ce sujet [20]. Le facteur de qualité intrinsèque de ce type de résonateur est donné par l'expression :

$$Q_i = \frac{2\pi n_g}{\lambda_0 \alpha} \quad (1)$$

où λ_0 est la longueur d'onde de résonance du mode, n_g et α sont respectivement l'indice de groupe et les pertes du milieu constituant le résonateur. Des facteurs de qualité Q extrêmement élevés associés à de petits volumes de modes peuvent être obtenus si l'on arrive à conjuguer l'utilisation de matériaux de haute transparence à une réalisation très précise de l'interface du résonateur. En effet, quand le matériau utilisé présente un contraste d'indice suffisamment élevé avec le milieu environnant le résonateur et que le rayon de courbure du résonateur est supérieur à quelques dizaines de longueur d'ondes, les pertes radiatives (similaires aux pertes par courbure des guides d'ondes) deviennent très petites et le facteur Q se retrouve uniquement limité par l'atténuation du matériau utilisé et la diffusion causée par

les imperfections géométriques du résonateur (*i.e.* la rugosité de surface).

Des facteurs de qualité de 10^9 ont été obtenus dans des microsphères en silice [21,22], des micro-tores [23] ou encore des microdisques [24] dans l'infrarouge. Les facteurs de qualité des résonateurs en silice, obtenus par des techniques de fusion, sont limités par l'absorption résiduelle provenant de l'absorption d'ions OH^- durant le processus de fabrication [25]. Dans le but d'obtenir des temps de stockage de photon plus long, des mini-résonateurs à modes de galerie (de taille millimétrique) fabriqués à partir de cristaux comme le CaF_2 dont l'absorption est très faible dans l'infrarouge sont utilisés [26]. Des techniques de polissage et de recuit ont permis d'atteindre un facteur Q de 3×10^{11} pour une longueur d'onde autour de $1,55 \mu m$ [27]. Cela correspond à un temps de vie des photons dans la cavité de $100 \mu s$. Ces résonateurs peuvent être utilisés comme cavité externe très compacte à fort facteur Q pour des applications laser. Récemment, la largeur de raie d'un laser semiconducteur a pu être réduite de quelques MHz à moins de 100 Hz en utilisant un microrésonateur en MgF_2 ayant un facteur Q de 6×10^9 comme boucle de rétroaction [28].

En ce qui concerne les résonateurs de taille micrométrique, une façon de surmonter les limitations dues aux pertes optiques consiste à travailler avec des microcavités actives. Dans cette approche, l'absorption résiduelle ou les pertes provenant du procédé de fabrication sont compensées par le gain optique (cela revient à faire tendre α vers 0 dans l'équation (1)) [29]. Avec cette méthode, nous avons atteint un facteur Q intrinsèque d'environ 10^{10} , pour une longueur d'onde autour de $1,56 \mu m$, dans une microsphère en verre fluoré dopé Erbium [30].

L'équation (1) montre qu'il est également possible d'augmenter le facteur Q de la cavité en utilisant un milieu présentant une forte dispersion ou encore un milieu à lumière lente caractérisé par un fort indice de groupe [31].

Cela a été démontré dans plusieurs expériences utilisant des procédés de physique atomique. L'idée est d'utiliser un effet cohérent résonant tel que la transparence induite électromagnétiquement (*TIE*) ou le piégeage cohérent de population dans le but d'obtenir à la fois une faible absorption (afin de maintenir la finesse de

la cavité) et une grande dispersion [32]. La forte variation de l'indice de réfraction due à l'interaction entre une forte pompe et une sonde via le milieu atomique induit une faible valeur de la vitesse de groupe. Cette dernière va augmenter artificiellement le chemin optique de la sonde et donc le temps de stockage des photons. La sensibilité spectrale de la cavité est aussi améliorée ce qui réduit la largeur de ses résonances.

L'augmentation du facteur Q via l'utilisation d'interactions atomiques cohérentes a déjà été obtenue dans des cavités optiques en espace libre traversées par un faisceau d'atomes de Césium [31] ou contenant du Rubidium [33,34] ou encore des vapeurs d'Hélium métastable [35]. Dans les cavités solides, les effets cohérents ou non-linéaires peuvent aussi être utilisés pour la réduction de la largeur de résonance. Récemment, un facteur de qualité a pu être augmenté de 4 ordres de grandeur (de 5×10^5 à $1,7 \times 10^{10}$) en utilisant le phénomène de *persistent hole burning* dans une cavité en Y_2SiO_5 dopée Praséodyme de 6 mm de long [36].

A ce jour, très peu de papiers traitent de l'augmentation du temps de vie des photons dans une microcavité à l'état solide via un processus de lumière lente. Il a été prédit la réduction de la largeur de raie d'une microcavité à cristaux photoniques unidimensionnelle [37]. Des expériences ont montré que les propriétés dispersives d'un microanneau en Nitrure de Silicium peuvent être améliorées en faisant interagir son mode guidé avec une vapeur de Rubidium [38,39]. Enfin en combinant un effet de lumière lente induit par des Oscillations Cohérentes de Population (OCP) et de dispersion non-linéaire, le temps de vie des photons dans une nanocavité en cristaux photoniques en matériau semiconducteur III-V a été augmenté de deux ordres de grandeur [40].

A contrario de la TIE qui requière un système atomique à 3 niveaux particulier (système dit en Λ), les OCP peuvent être obtenues à température ambiante dans n'importe quel système à 2 niveaux [41–44]. L'effet d'OCP est également approprié pour la démonstration de phénomènes fondamentaux nécessitant l'usage de lumière lente [45,46]. L'utilisation des terres rares comme milieu à 2 niveaux permet d'atteindre des régimes de lumière ultra-lente du fait des très longs temps de vie de leurs niveaux excités (une dizaine de ms pour le niveau $^4I_{13/2}$ de l'Erbium) [47]. Nous montrons dans cette thèse qu'il est possible d'obtenir un régime de lumière ultra-lente dans une microcavité à modes de galerie en verre fluoré dopé Erbium.

La forte dispersion associée à ce régime permet d'augmenter le temps de groupe et le temps de vie des photons dans la cavité de plus de 6 ordres de grandeurs. Nous verrons qu'il est possible d'atteindre des temps de vie en cavité de l'ordre de la milliseconde (ce qui équivaut à un facteur Q supérieur à 10^{12}) dans des microcavités optiques à l'état solide.

Organisation du manuscrit

Dans le chapitre 1 nous allons décrire les résonateurs de façon très générale afin d'introduire les différentes notions et paramètres dont nous aurons besoin tout au long du manuscrit.

Le chapitre 2 sera consacré à l'étude des propriétés spectroscopiques du verre ZBLALiP dopé Erbium utilisé pour la fabrication de nos micro-résonateurs (microsphères). Nous caractériserons les valeurs des élargissements des transitions, des sections efficaces et du temps de vie des populations qui nous serviront dans la modélisation de nos résultats expérimentaux de lumière lente.

Nous étudierons dans le chapitre 3 les propriétés associées aux résonateurs à modes de galerie, plus particulièrement dans le cas des microsphères. Nous présenterons également le procédé de fabrication de nos résonateurs.

Le chapitre 4 sera consacré à la présentation de notre système de couplage aux modes de galerie. Une fibre effilée est utilisée pour l'insertion/extraction du signal de nos cavités, nous étudierons la propagation du signal dans ce type de coupleur et nous verrons leur processus de fabrication.

Dans le cinquième chapitre nous présenterons tout d'abord notre méthode de caractérisation de résonateurs à très hauts facteurs de qualité. Puis nous montrerons expérimentalement que le gain interne induit par le milieu actif de nos cavités peut-être un moyen de compenser les pertes du matériau et d'atteindre des facteurs de qualité allant jusqu'à 5×10^9 .

Enfin, le dernier chapitre sera dédié à l'obtention du régime de lumière ultra-lente en microcavité via l'effet d'Oscillations Cohérentes de Populations (OCP). Nous présenterons tout d'abord le concept de lumière lente ainsi que le principe et les propriétés des OCP, puis nous exposerons les différents résultats expérimentaux obtenus. Le régime de lumière lente nous a permis d'augmenter le temps de vie des photons dans une microcavité à modes de galerie de six ordres de grandeurs.

Chapitre 1

Généralités sur les résonateurs

Sommaire

1.1	Fonction de transfert	14
1.1.1	Approche utilisant les matrices de transfert	14
1.1.2	Approche temporelle	18
1.1.3	Lien entre les deux approches	20
1.1.4	Bilan	21
1.2	Régime de couplage	21
1.3	Propriétés dispersives	23
1.3.1	Retard de groupe	23
1.3.2	Propagation d'une impulsion dans un résonateur passif	25
1.4	Renforcement de la densité de puissance intra-cavité	28

Dans ce chapitre nous décrivons les résonateurs de façon très générale afin d'introduire les différentes notions et paramètres tels que le facteur de qualité, la finesse ou encore le retard de groupe dont nous aurons besoin tout au long du manuscrit. Nous verrons également de manière théorique comment il est possible de contrôler le facteur de qualité d'un résonateur en jouant sur l'atténuation du champ dans la cavité ou en y introduisant un milieu dispersif.

1.1 Fonction de transfert

Afin d'introduire les propriétés générales des résonateurs optiques, nous allons étudier le cas particulier du résonateur en anneau. Nous allons dans un premier temps chercher à obtenir la fonction de transfert de notre système via la théorie des modes couplés [48]. Pour cela il existe deux approches, une approche fréquentielle et une approche temporelle que nous nommeront respectivement approche stationnaire et approche dynamique. L'approche stationnaire [49] repose sur l'utilisation de matrices de transfert tandis que la seconde développée par H.A. Haus [50] consiste à modéliser le résonateur comme un oscillateur harmonique amorti.

1.1.1 Approche utilisant les matrices de transfert

Considérons un guide circulaire en forme d'anneau (d'indice effectif N et de rayon R) couplé de manière ponctuelle à un guide d'accès (Fig. 1.1). Les deux guides sont supposés monomodes. On note a l'atténuation du champ sur un tour, $a = \exp(-\alpha L/2)$ avec α le coefficient d'atténuation linéique et L la longueur de propagation sur un tour de cavité. ρ est le coefficient de transmission et κ est le coefficient de couplage, ces deux paramètres caractérisent le coupleur symétrique sans perte. Nous allons chercher la fonction de transfert de notre système à la fréquence angulaire ω .

Les coordonnées spatiales sont respectivement z et s (abscisse curviligne) pour le guide d'accès et l'anneau. Le champ électrique au point z est de la forme :

$$E(z, t) = E(z)e^{-j\omega t}. \quad (1.1)$$

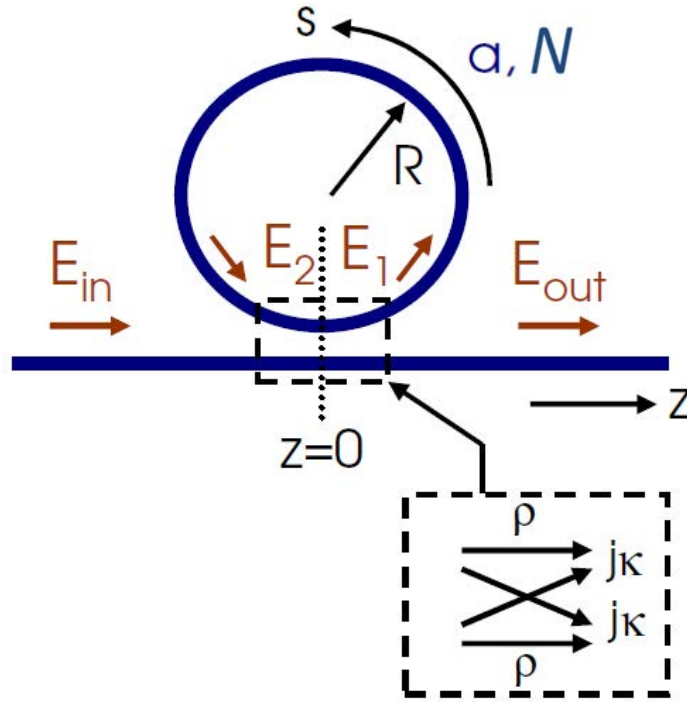


FIGURE 1.1 – Modèle du résonateur en anneau. a représente l'atténuation du champ sur un tour, N est l'indice effectif de l'anneau, R est le rayon de l'anneau, enfin le couple (ρ, κ) caractérise le coupleur.

Et le champ interne à l'anneau s'exprime en fonction de l'abscisse curviligne s comme :

$$F(s, t) = F(s)e^{-j\omega t}. \quad (1.2)$$

Définissons les différents champs existant au niveau du coupleur entre la ligne d'accès et le résonateur :

- $E_{in} = E(0^-)$ est le champ d'entrée dans le résonateur,
- $E_{out} = E(0^+)$ est le champ de sortie,
- $E_1 = F(0^+)$ et $E_2 = F(L^-)$ sont les champs à l'intérieur du résonateur avec $L = 2\pi R$ le périmètre de l'anneau.

Ces champs peuvent être connectés entre eux par la relation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} E_{out} \\ E_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho & j\kappa \\ j\kappa & \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{in} \\ E_2 \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

De plus les champs à l'intérieur de la cavité sont reliés par $E_2 = aE_1e^{j\varphi}$ avec $\varphi = N\omega L/c$. On considère ici (sans perte de généralité) un coupleur sans pertes

[51], autrement dit $\kappa^2 + \rho^2 = 1$.

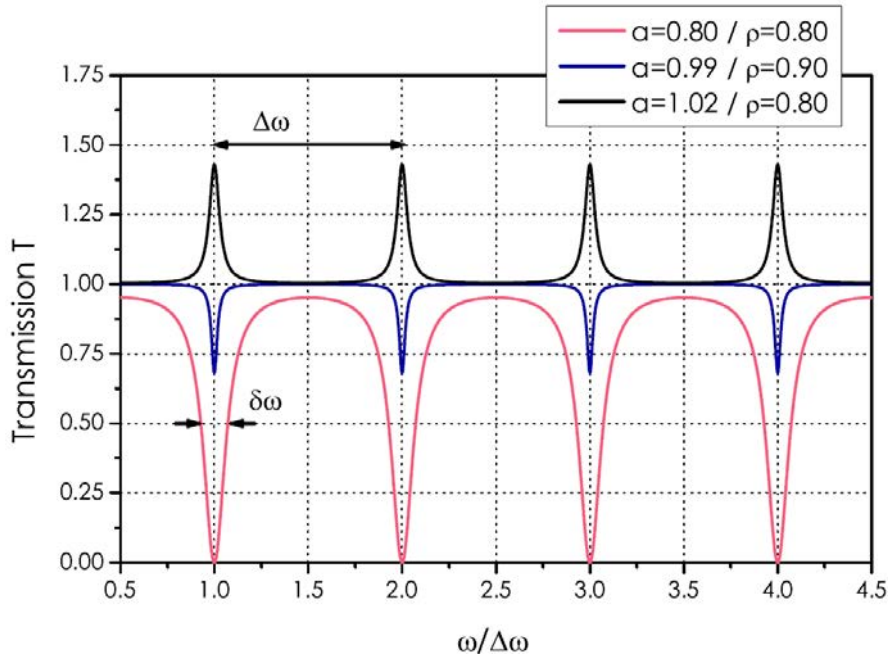


FIGURE 1.2 – Fonction de transfert en intensité $T(\omega) = |H(\omega)|^2$ d'un résonateur en anneau pour différents couples (a, ρ) .

On obtient alors la fonction de transfert en amplitude :

$$H(\omega) = \frac{E_{out}}{E_{in}} = \frac{\rho - ae^{j\varphi(\omega)}}{1 - \rho ae^{j\varphi(\omega)}}. \quad (1.4)$$

Nous appellerons par la suite T la fonction de transfert en intensité telle que $T(\omega) = |H(\omega)|^2$ et ϕ le déphasage induit tel que $\phi(\omega) = \arg[H(\omega)]$. Expérimentalement (via une méthode de balayage en fréquence, comme nous le détaillerons au chapitre 5) nous mesurons la fonction de transfert en intensité donnée par :

$$T(\omega) = \frac{\rho^2 + a^2 - 2a\rho \cos \varphi(\omega)}{1 + \rho^2 a^2 - 2a\rho \cos \varphi(\omega)}. \quad (1.5)$$

Cette fonction (proche d'une fonction d'Airy) est représentée sur la figure 1.2 pour trois couples de valeurs (a, ρ) . On remarque que cette dernière présente des pics d'absorption ou de gain (résonances), espacés d'un intervalle spectral libre (ISL) défini par $\Delta\omega = 2\pi/\tau_L$ où $\tau_L = n_g L/c$ est la durée de propagation sur un passage dans l'anneau et n_g l'indice de groupe. On notera que lorsque $a = \rho$ la

transmission s'annule (régime de couplage critique, cf partie 1.2) à résonance et que pour $a > 1$ le système se comporte comme un amplificateur sélectif.

Pour un résonateur de bonne qualité (c'est-à-dire $a\rho$ proche de 1), les pics de résonance possèdent une largeur à mi-hauteur égale dans l'espace des phases à :

$$\delta\varphi = \frac{2(1 - a\rho)}{\sqrt{a\rho}}. \quad (1.6)$$

On peut exprimer la largeur des résonances en terme de fréquence angulaire en utilisant la relation :

$$\delta\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial\omega}\delta\omega \quad (1.7)$$

ce qui conduit à :

$$\delta\varphi = \frac{L}{c} \left(N + \omega \frac{\partial N}{\partial\omega} \right) \delta\omega = \frac{L}{c} n_g \delta\omega. \quad (1.8)$$

La largeur à mi-hauteur des résonances en transmission s'écrit alors :

$$\delta\omega = \frac{2c(1 - a\rho)}{n_g L \sqrt{a\rho}}. \quad (1.9)$$

La finesse \mathcal{F} du résonateur est quant à elle définie par :

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi}{\delta\varphi} = \frac{\Delta\omega}{\delta\omega} = \frac{\pi\sqrt{a\rho}}{1 - a\rho} \quad (1.10)$$

et le facteur de qualité par :

$$Q = \frac{\omega_0}{\delta\omega} = \frac{n_g L}{\lambda_0} \mathcal{F}, \quad (1.11)$$

où λ_0 représente la longueur d'onde de résonance. Le facteur de qualité peut également s'exprimer en fonction de τ_L :

$$Q = \frac{\omega_0 \tau_L \sqrt{a\rho}}{2(1 - a\rho)}. \quad (1.12)$$

Remarque

En observant les expressions (1.11) et (1.12) nous remarquons que les seuls degrés de liberté d'un résonateur passif sont le taux de couplage et ses dimensions. Il existe cependant des moyens de jouer sur l'atténuation du champ a et l'indice de groupe n_g afin de contrôler le facteur Q :

- **Atténuation du champ.** Il est possible de compenser les pertes et donc de réduire la valeur de α (et donc augmenter a) en introduisant du gain optique dans la cavité. Travailler avec des cavités actives (dopées) permet donc de contrôler la valeur du facteur de qualité et même d’atteindre de très forts facteurs Q en faisant tendre le produit $a\rho$ vers un.
- **Indice de groupe.** Il est également possible d’augmenter très fortement la valeur de l’indice de groupe par des effets de lumière lente via l’introduction d’un milieu dispersif dans la cavité. Il a déjà été montré qu’en utilisant des systèmes atomiques et des effets cohérents comme la transparence induite électromagnétiquement (EIT) ou le piégeage cohérent de populations (CPT) il était possible d’augmenter la sensibilité des interféromètres [52–54] et en particulier celle d’un résonateur de type Fabry-Perot ou d’une cavité en anneau [31,32,55].

Dans cette approche via les matrices de transfert, la théorie des modes couplés permet donc de décrire la propagation à l’intérieur du résonateur à partir de ses dimensions et prend facilement en compte l’aspect multimode du résonateur optique. Cette approche nous permet déjà de voir que l’utilisation de résonateurs actifs offre un degré de liberté supplémentaire permettant de modifier les propriétés du résonateur. Il en est de même si l’on arrive à obtenir une forte dispersion dans la cavité (et donc un fort indice de groupe).

1.1.2 Approche temporelle

A l’inverse de la première approche, la formulation temporelle des modes couplés décrit un seul mode du résonateur. Cependant elle permet une analyse simple des propriétés dynamiques du résonateur. Le résonateur est décrit par sa fréquence de résonance ω_0 et la durée de vie τ de l’amplitude u du champ dans la cavité comme représenté sur la figure 1.3.

Ce modèle fut développé par H. Haus [50] et prend en compte deux voies de couplage avec l’extérieur :

- la ligne d’accès caractérisée par un temps d’échappement τ_e qui est donc le

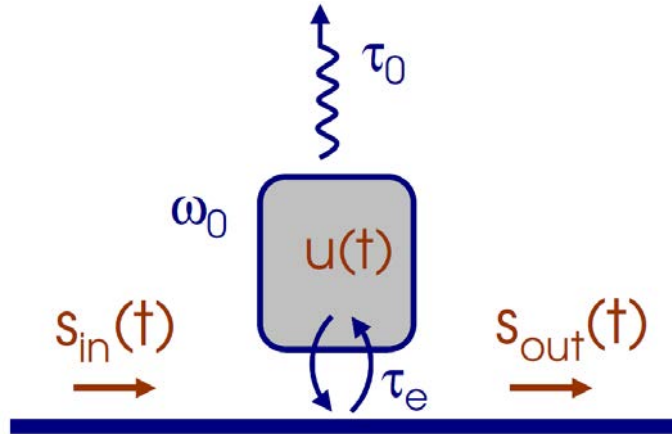


FIGURE 1.3 – Modèle du résonateur à deux ports d’entrée/sortie décrit dans l’ouvrage de H. Haus [50]. τ_0 est la durée de vie intrinsèque (limitée par les pertes) de l’amplitude du mode $u(t)$, le temps τ_e caractérise le couplage avec la ligne d’accès et ω_0 est la fréquence propre du résonateur.

temps de décroissance de l’amplitude du mode $u(t)$ relatif au couplage avec la ligne d’accès,

- les pertes intrinsèques du résonateur décrites par le temps τ_0 qui est le temps de décroissance de l’amplitude du mode $u(t)$ relatif aux pertes internes.

Le temps de vie global des photons dans la cavité est relié à ces deux temps caractéristiques par :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_0}. \quad (1.13)$$

On appelle $s_{in}(t)$ le signal d’excitation, alors l’évolution temporelle de l’amplitude du mode dans la cavité est donnée par (suivant un modèle d’oscillateur harmonique amorti comme décrit dans les travaux de thèse de M. S. Trebaol [56]) :

$$\frac{du}{dt} = \left(j\omega_0 - \frac{1}{\tau} \right) u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t), \quad (1.14)$$

le signal de sortie s’exprime alors comme :

$$s_{out}(t) = -s_{in}(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} u(t). \quad (1.15)$$

Si nous supposons un signal d’entrée monochromatique de la forme :

$$s_{in}(t) = s_0 \exp(j\omega t), \quad (1.16)$$

alors l'équation (1.14) se résout analytiquement et on obtient l'expression de la fonction de transfert $H(\omega)$:

$$H(\omega) = \frac{s_{out}}{s_{in}} = \frac{1/\tau_e - 1/\tau_0 - j(\omega - \omega_0)}{1/\tau_e + 1/\tau_0 + j(\omega - \omega_0)}, \quad (1.17)$$

et donc la transmission $T(\omega) = |H(\omega)|^2$:

$$T(\omega) = \frac{(1/\tau_e - 1/\tau_0)^2 + (\omega - \omega_0)^2}{(1/\tau_e + 1/\tau_0)^2 + (\omega - \omega_0)^2}. \quad (1.18)$$

La figure 1.4 représente le profil de transmission d'une résonance pour différentes valeurs relatives de τ_0 et τ_e . L'axe des abscisses est proportionnel au désaccord en fréquence relatif à la résonance $\delta = \nu - \nu_0 = (\omega - \omega_0)/(2\pi)$. Nous retrouvons des courbes similaires à celles obtenues dans l'approche via les matrices de transfert (ces courbes seront étudiées en détail dans la partie 1.2), nous verrons par la suite qu'il existe un lien phénoménologique entre les couples de paramètres (τ_0, τ_e) et (a, ρ) . Les courbes ont un profil quasi-Lorentzien et on peut montrer que dans ce cas la largeur à mi-hauteur $2\delta_{1/2} = \delta\omega = 2/\tau$.

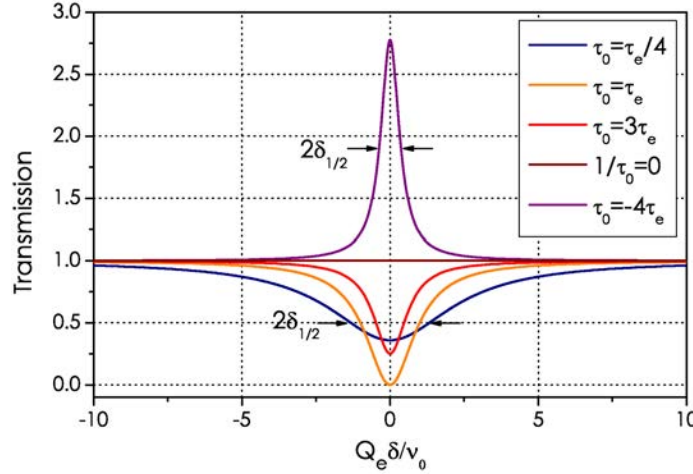


FIGURE 1.4 – Transmission pour différentes valeurs relatives de τ_0 et τ_e . L'axe des abscisses est gradué en fonction du décalage fréquentiel normalisé $Q_e \delta / \nu_0$.

1.1.3 Lien entre les deux approches

Il est possible d'établir un lien entre les deux approches en comparant les expressions des largeurs à mi-hauteur obtenues à partir des deux formulations : $\delta\omega =$

ω_0/Q d'une part et d'autre part $\delta\omega = 2/\tau$. On retrouve alors que $Q = \omega_0\tau/2$.

On peut alors définir un facteur de qualité intrinsèque Q_0 limité par les pertes du résonateur ($\rho = 1$) :

$$Q_0 = \frac{\omega_0\tau_L\sqrt{a}}{2(1-a)} = \frac{\omega_0\tau_0}{2}, \quad (1.19)$$

et un facteur de qualité Q_e (dénommé facteur de qualité extrinsèque) limité par le couplage avec la ligne d'accès ($a = 1$) :

$$Q_e = \frac{\omega_0\tau_L\sqrt{\rho}}{2(1-\rho)} = \frac{\omega_0\tau_e}{2}. \quad (1.20)$$

Ceci permet alors de faire le lien entre les paramètres des deux modèles (dans l'hypothèse de grande finesse) :

$$\tau_0 = \frac{\tau_L\sqrt{a}}{1-a} \text{ et } \tau_e = \frac{\tau_L\sqrt{\rho}}{1-\rho}. \quad (1.21)$$

1.1.4 Bilan

Un résonateur optique peut être vu comme un filtre linéaire de fonction de transfert $H(\omega)$. Ce filtre va introduire un gain $T(\omega) = |H(\omega)|^2$ et un déphasage $\phi(\omega) = \arg[H(\omega)]$ sur le signal incident. Nous avons montré via la méthode des matrices de transfert qu'une augmentation de l'indice de groupe permet d'améliorer la facteur de qualité. La formulation temporelle des modes couplés ne permet de décrire qu'un seul mode du résonateur mais nous verrons plus tard qu'elle permet une analyse simple des propriétés dynamiques du résonateur.

1.2 Régime de couplage

Après avoir illustré la forme de la fonction de transmission en intensité via deux approches différentes, nous allons nous intéresser à la notion de régime de couplage. Comme nous allons le voir, chacune des courbes des figures 1.2 et 1.4 correspond à un régime de couplage spécifique.

Afin d'illustrer cela, intéressons nous à la valeur de la transmission à résonance caractérisée par un désaccord $\delta = 0$ et donnée par :

$$T(\delta = 0) = \left(\frac{\tau_e - \tau_0}{\tau_e + \tau_0} \right)^2. \quad (1.22)$$

La figure 1.5 représente cette quantité à τ_e fixé pour différentes valeurs de τ_0 . Sur cette figure sont répertoriés différents régimes de couplage que nous allons expliciter.

Couplage critique. Pour $\tau_0 = \tau_e$ (ou $a = \rho$) la transmission s'annule comme cela est représenté dans les figures 1.4 et 1.2 ($a = \rho = 0.8$). Cela vient du fait que le champ extrait de la cavité interfère destructivement avec le champ incident, le transfert d'énergie entre le résonateur et le guide est alors maximal. Ce couplage est nommé couplage critique par analogie avec le domaine des hyperfréquences [49,57].

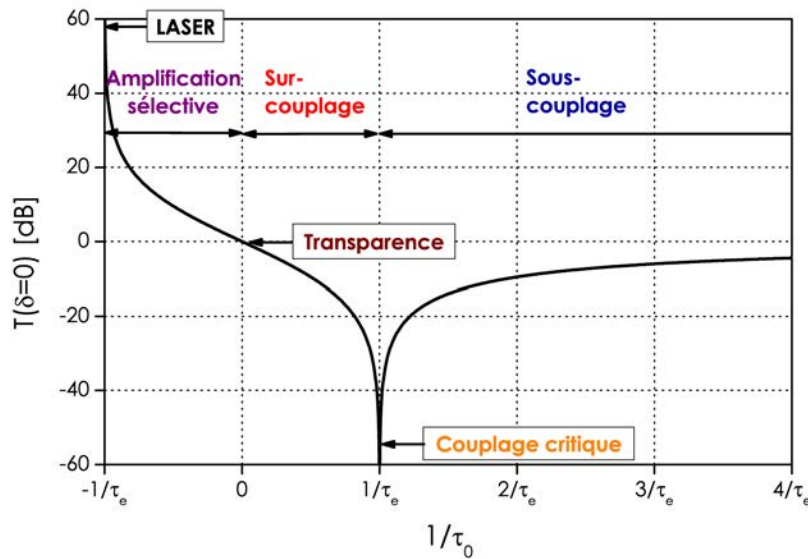


FIGURE 1.5 – Transmission $T(\delta = 0)$ en dB à résonance pour différentes valeurs relatives de τ_e et τ_0 . Les différents régimes de couplage sont repérés.

A partir de ce point, on peut définir le régime de sous-couplage par $\tau_0 < \tau_e$ (ou $a < \rho$) et de sur-couplage $\tau_0 > \tau_e$ (ou $a > \rho$) [57] :

- **Sous-couplage.** ($\tau_0 = \tau_e/4$ dans le figure 1.4) Dans ce régime, le couplage du mode de cavité avec la ligne d'accès est plus faible que celui avec l'ensemble des modes à fuites du résonateur. Les pertes intrinsèques sont alors plus élevées que les pertes extrinsèques.
- **Sur-couplage.** ($\tau_0 = 3\tau_e$ dans le figure 1.4) Il s'agit du cas inverse du régime de sous-couplage. Les pertes intrinsèques sont alors plus faibles que les pertes extrinsèques.

Résonateur transparent. Lorsque $\tau_0 \rightarrow \infty$ (soit $a = 1$) le résonateur est considéré sans perte et la transmission à résonance est égale à l'unité : le résonateur est transparent et se comporte comme un élément purement dispersif.

Amplification sélective. Enfin lorsque $\tau_0 < 0$ ($a > 1$) la transmission est supérieure à l'unité et le système se comporte comme un amplificateur sélectif [58–60]. On reste dans ce régime tant que le régime Laser n'est pas atteint, c'est-à-dire tant que τ reste positif soit $a\rho < 1$ ou $\tau_0 < -\tau_e$. Des exemples d'un tel filtre amplificateur sont présentés sur les figures 1.2 et 1.4.

Expérimentalement, la mesure de la transmission d'un résonateur à un seul port d'entrée/sortie, comme cela est souvent le cas pour des résonateurs à modes de galerie, ne permet pas de déterminer le régime de couplage (dans le cas d'un résonateur passif où le régime d'amplification sélective n'est pas atteint). En effet, si on regarde les expressions (1.5) et (1.18), on peut noter que l'intervention des rôles joués par les pertes (a ou τ_0) et le taux de couplage (ρ ou τ_e) ne change pas la forme de la transmission en intensité. Autrement dit, via la mesure de la transmission on ne peut pas avoir connaissance de la valeur relative de τ_e et τ_0 .

1.3 Propriétés dispersives

1.3.1 Retard de groupe

Certaines applications des résonateurs nécessitent la connaissance de la valeur relative de τ_e et τ_0 , c'est la cas par exemple si l'on veut se servir du résonateur comme d'une ligne dispersive [61]. Contrairement à la transmission en intensité, le déphasage induit qui se calcule aisément à partir de l'équation (1.17) dépend du régime de couplage et vaut :

– **Régime de sous-couplage** ($\tau_0 < \tau_e$)

$$\phi(\delta) = \pi - \arctan\left(\frac{(\omega - \omega_0)\tau_0\tau_e}{\tau_0 - \tau_e}\right) - \arctan\left(\frac{(\omega - \omega_0)\tau_0\tau_e}{\tau_0 + \tau_e}\right). \quad (1.23)$$

– **Régime de couplage critique** ($\tau_0 = \tau_e$)

$$\phi(\delta) = \pi + \frac{\pi}{2} \frac{\omega - \omega_0}{|\omega - \omega_0|} - \arctan\left(\frac{\pi(\omega - \omega_0)\tau_0}{2}\right). \quad (1.24)$$

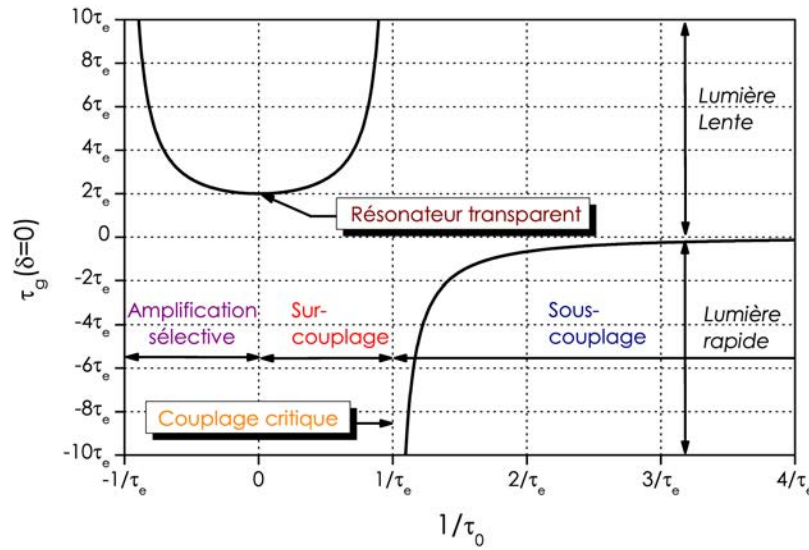


FIGURE 1.6 – Retard de groupe $\tau_g(\delta = 0)$ normalisé par rapport à τ_e pour différentes valeurs relatives de τ_e et τ_0 . Les différents régimes de couplage sont repérés. On a également ajouté les régimes de lumière lente $\tau_g(0) > 0$ et de lumière rapide $\tau_g(0) < 0$.

– **Régime de sur-couplage** ($\tau_0 > \tau_e$)

$$\phi(\delta) = -\arctan\left(\frac{(\omega - \omega_0)\tau_0\tau_e}{\tau_0 - \tau_e}\right) - \arctan\left(\frac{(\omega - \omega_0)\tau_0\tau_e}{\tau_0 + \tau_e}\right). \quad (1.25)$$

– **Régime de d'amplification sélective** ($\tau_0 < -\tau_e$)

$$\phi(\delta) = -\arctan\left(\frac{(\omega - \omega_0)\tau_0\tau_e}{\tau_0 - \tau_e}\right) - \arctan\left(\frac{(\omega - \omega_0)\tau_0\tau_e}{\tau_0 + \tau_e}\right). \quad (1.26)$$

– **Régime de transparence** ($\tau_0 \rightarrow \infty$)

$$\phi(\delta) = -2\arctan((\omega - \omega_0)\tau_e). \quad (1.27)$$

On peut noter que la phase induite par le résonateur est différente en régime de sur-couplage et de sous-couplage. Une mesure de la phase permet donc de connaître de manière univoque le régime de couplage du résonateur. Il est donc possible de lever l'indétermination sur la valeur relative de τ_0 et τ_e .

Pour des applications comme les lignes à retard par exemple, le retard de groupe nous intéresse plus directement que le déphasage et il est défini par :

$$\tau_g(\omega) = \pm \frac{\partial \phi}{\partial \omega}; \quad (1.28)$$

pour une dépendance temporelle en $\exp(\mp j\omega t)$. Nous parlerons de retard de groupe négatif (lumière rapide) et de retard de groupe positif (lumière lente) [62–65]. Le retard de groupe à résonance prend pour expression :

$$\tau_g(\delta = 0) = 2 \frac{\tau_e \tau_0^2}{\tau_0^2 - \tau_e^2}. \quad (1.29)$$

Il est à noter qu'en régime de transparence il vaut $2\tau_e$ et qu'il n'est pas défini pour le couplage critique (car l'ensemble du signal est absorbé).

La figure 1.6 représente $\tau_g(\delta = 0)$ pour différentes valeurs relatives de τ_e et τ_0 . On remarque, comme nous l'avons déjà noté pour les expressions de la phase induite, que pour les régimes de sur-couplage et sous-couplage la valeur du retard de groupe est différente et en particulier les signes sont opposés. Une méthode interférométrique [66–72] peut être utilisée afin de remonter à la phase afin d'identifier le régime de dispersion.

1.3.2 Propagation d'une impulsion dans un résonateur passif

Afin de clarifier les différents régimes de dispersion et introduire la notion de lumière lente/rapide dans un résonateur, étudions son action sur des impulsions.

Cas du résonateur transparent. Intéressons-nous premièrement au cas le plus simple qui est celui du résonateur transparent : $\tau_0 \rightarrow \infty$ (Fig. 1.7). Dans ce cas le résonateur est sans perte interne et se comporte donc comme un élément purement déphasant. Dans le domaine temporel il peut servir à retarder des impulsions dont la durée T_0 est compatible avec sa bande passante.

Posons $s_{in}(t) = E_{in}(t)e^{j\omega_0 t}$ et $s_{out}(t) = E_{out}(t)e^{j\omega_0 t}$. L'enveloppe temporelle de l'amplitude des impulsions est représentée par $E_{in}(t)$ et $E_{out}(t)$. D'autre part on appelle $S_{out}(\omega)$ la transformée de Fourier de $s_{out}(t)$ que l'on écrit avec les conventions suivantes :

$$S_{out}(\omega) = \text{TF}[s_{out}(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} s_{out}(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (1.30)$$

La fonction de transfert $H(\omega)$ permet de relier les transformées de Fourier de $s_{in}(t)$ et $s_{out}(t)$, et compte tenu de ce qui précède on obtient :

$$S_{out}(\omega) = H(\omega) S_{in}(\omega) = e^{j\phi(\omega)} S_{in}(\omega), \quad (1.31)$$

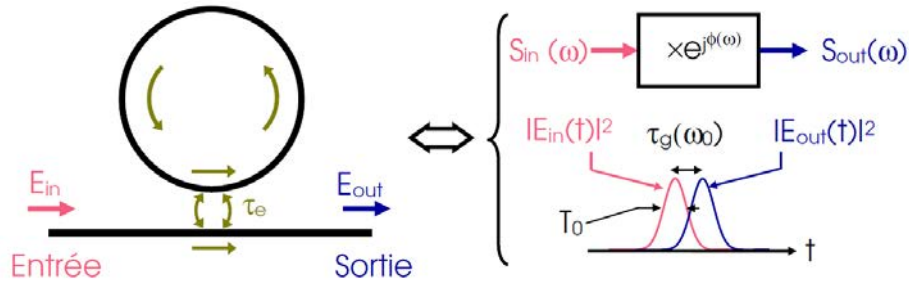


FIGURE 1.7 – Schéma d'un résonateur sans perte interne qui est équivalent à un filtre purement déphasant.

en utilisant la transformée de Fourier inverse :

$$E_{out}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\phi(\omega)} S_{in}(\omega) e^{j(\omega - \omega_0)t} d\omega. \quad (1.32)$$

On peut alors développer $\phi(\omega)$ au voisinage de ω_0 :

$$\phi(\omega) = \phi(\omega_0) - \tau_g(\omega_0) \cdot (\omega - \omega_0) + \sum_{p=2}^{+\infty} \frac{\beta_p(\omega_0)}{p!} (\omega - \omega_0)^p \quad [2\pi], \quad (1.33)$$

où $\beta_p = \partial^p \phi / \partial \omega^p$ représentent les ordres de dispersion élevés du filtre. Dans le cas simplifié du résonateur à deux ports d'entrée/sortie sans perte que nous étudions ici, $\phi(\omega_0) = 0$ et $\tau_g(\omega_0) = 2\tau_e$. Les ordres de dispersion pairs sont nuls $\beta_{2n}(\omega_0) = 0$ alors que les ordres de dispersion impairs sont donnés par $\beta_{2n+1}(\omega_0) = 2(-1)^{n+1}(2n)! \tau_e^{2n+1}$ pour $n \geq 1$. En supposant que les impulsions sont suffisamment longues pour pouvoir négliger les ordres de dispersion élevés on peut écrire :

$$E_{out}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{in}(\omega) e^{j(\omega - \omega_0)[t - \tau_g(\omega_0)]} d\omega, \quad (1.34)$$

ce qui donne en utilisant le fait que $s_{in}(t) = \text{TF}^{-1}[S_{in}(\omega)]$:

$$E_{out}(t) = E_{in}[t - \tau_g(\omega_0)], \quad (1.35)$$

si l'impulsion est suffisamment longue, le résonateur a retardé l'impulsion d'une quantité $\tau_g(\omega_0)$ sans la déformer ni l'atténuer, on parle de régime de lumière "lente" par analogie avec les phénomènes de propagation ultra-lente dus aux effets cohérents qui se produisent dans les systèmes à deux ou trois niveaux [73]. Une

impulsion de largeur spectrale comparable à $1/\tau$ verrait quant à elle son profil fortement déformé du fait des ordres de dispersion élevés.

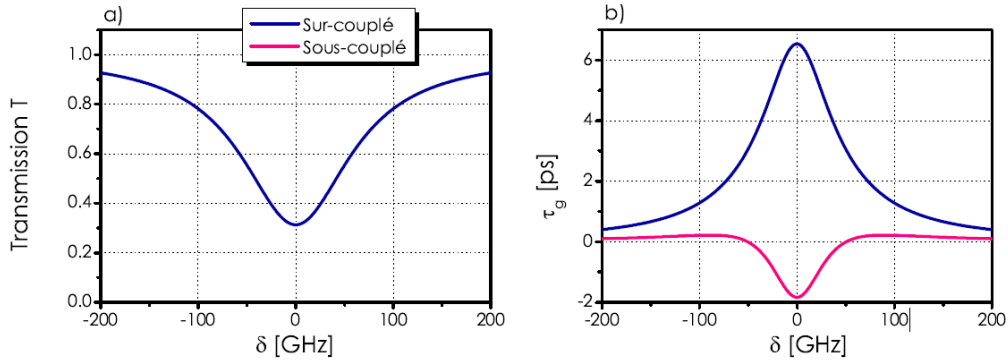


FIGURE 1.8 – Propriétés linéaires d'un résonateur sur-couplé ($\tau_0 = 10,5$ ps et $\tau_e = 3$ ps) et d'un résonateur sous-couplé pour lequel on a interverti le rôle des pertes et du coupleur ($\tau_0 = 3$ ps et $\tau_e = 10,5$ ps) : a) fonction de transfert en intensité $T(\delta)$, on notera que les deux fonctions de transfert associées aux deux résonateurs se superposent, b) retard de groupe $\tau_g(\delta)$.

Cas du résonateur à pertes. Si on considère maintenant un résonateur à pertes, le résultat est différent. Tout d'abord, l'impulsion va être atténuée lors de sa propagation dans le résonateur et de plus, en régime de sous-couplage le retard de groupe sera négatif. Afin d'illustrer ceci, considérons deux résonateurs : l'un sur-couplé pour lequel $\tau_0 = 10,5$ ps et $\tau_e = 3$ ps et l'autre sous-couplé pour lequel les rôles des pertes et du couplage ont été intervertis : $\tau_0 = 3$ ps et $\tau_e = 10,5$ ps. Les profils de transmission [Fig. 1.8.a)] de ces deux résonateurs sont identiques puisque comme on l'a vu précédemment τ_0 et τ_e jouent le même rôle dans son expression. Les dispersions de retard de groupe $\tau_g(\delta)$ [Fig. 1.8.b)] sont quant à elles totalement différentes et dans le cas du résonateur sous-couplé le retard de groupe devient négatif à résonance. Excitons maintenant ces résonateurs avec des impulsions Gaussiennes de largeur $T_0 = 20$ ps grande devant le temps de vie des photons dans le résonateur ($\tau = 2.3$ ps). On peut observer sur la figure 1.9 l'impulsion d'entrée normalisée ainsi que les impulsions sortant des deux résonateurs. Dans le cas du résonateur sur-couplé l'impulsion est atténuée et retardée d'une quantité $\tau_g(\delta = 0)$ comme dans le cas du résonateur sans perte, on parle alors de

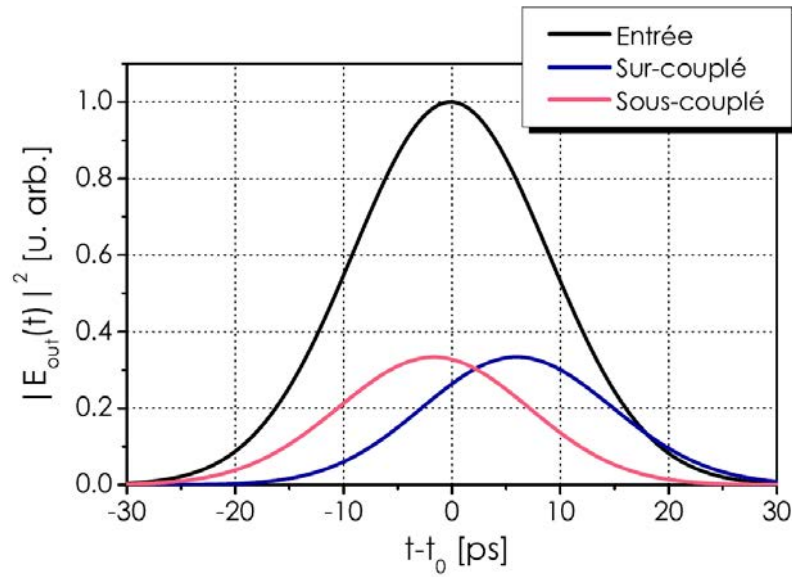


FIGURE 1.9 – Représentation des impulsions en sortie du résonateur pour les résonateurs sur- et sous-couplés. L'impulsion normalisée à 1 est l'impulsion d'entrée qui n'aurait pas interagi avec le résonateur et qui arrive sur le détecteur à l'instant t_0 .

lumière "lente". Dans le cas du résonateur sous-couplé, l'impulsion est atténuée de la même quantité mais semble arriver avant l'impulsion d'entrée. Il est important de faire la distinction entre temps de propagation du signal et retard de groupe, ici c'est le retard de groupe qui est négatif, ceci ne viole donc pas le principe de causalité [74]. Dans ce cas on parle alors de lumière "rapide" [75].

1.4 Renforcement de la densité de puissance intra-cavité

Après avoir étudié la transmission et les propriétés dispersives des résonateurs optiques, nous allons maintenant nous intéresser à la densité de puissance de leur champ interne. A résonance, la somme cohérente de tous les champs partiels mène à une surtension qui peut être très importante. Cela va conduire à une exaltation des interactions entre la lumière et la matière et peut donc être très intéressant pour certaines applications, notamment en optique non-linéaire. Revenons aux notations de la figure 1.1 où $E_2(\omega)$ est le champ intra-cavité et $E_{in}(\omega)$ le champ

d'entrée. Ces deux quantités peuvent être reliées par :

$$E_2 = \frac{j\kappa a e^{j\varphi(\omega)}}{1 - a\rho e^{j\varphi(\omega)}} E_{in}. \quad (1.36)$$

Le facteur d'augmentation de la densité de puissance intracavité nommé \mathcal{B} est défini par :

$$\mathcal{B}(\omega) = \left| \frac{E_2}{E_{in}} \right|^2 = \frac{\kappa^2 a^2}{1 - 2a\rho \cos \varphi + a^2 \rho^2}. \quad (1.37)$$

La puissance intracavité est maximale à résonance et \mathcal{B} vaut :

$$\mathcal{B}(\omega_0) = \frac{\kappa^2 a^2}{(1 - a\rho)^2}, \quad (1.38)$$

en considérant que $a \approx 1$ on obtient :

$$\mathcal{B}(\omega_0) \approx \frac{2}{1 - a\rho} \approx \frac{2\tau}{\tau_L}. \quad (1.39)$$

On peut noter que pour $\rho \approx 1$, l'augmentation de la puissance intra-cavité à résonance est liée à la finesse par :

$$\mathcal{B}(\omega_0) = 2 \frac{\mathcal{F}}{\pi}. \quad (1.40)$$

Ce paramètre va nous permettre, dans le chapitre 6, de calculer l'intensité de saturation de notre cavité.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons introduit différentes notions permettant la description détaillée des résonateurs. Nous avons vu qu'un résonateur optique peut être considéré comme un filtre et constitue un composant optique très dispersif. C'est pour cela que les résonateurs sont très largement utilisés dans une multitude de composants optiques ou optoélectroniques : Lasers, spectromètres, multiplexeurs, compensateurs de dispersion, etc...

Nous avons montré qu'il est possible de faire varier le facteur de qualité d'un résonateur en jouant sur l'atténuation du champ dans la cavité et nous avons présenté une méthode permettant de caractériser toutes les propriétés linéaires d'un

résonateur. Nous verrons des résultats expérimentaux relatifs à cela dans le chapitre sur la compensation des pertes dans une microsphère dopée Erbium. Nous avons également montré que l'on peut augmenter le facteur de qualité d'une cavité en y introduisant un milieu dispersif, nous étudierons cela plus en détail dans le chapitre sur les Oscillations Cohérentes de Populations (OCP).

Chapitre 2

Spectroscopie de l'erbium dans les verres

Sommaire

2.1	Structure électronique des terres rares	32
2.2	Niveaux d'énergie de l'ion Erbium	34
2.2.1	Action de la matrice	36
2.2.2	Transitions radiatives	37
2.3	Élargissement des transitions électroniques de l'Erbium dans un verre	39
2.3.1	Élargissement homogène	40
2.3.2	Élargissement inhomogène	40
2.4	Caractérisation du verre de ZBLALiP	41
2.4.1	Sections efficaces d'absorption et d'émission	42
2.4.1.1	Aspect théorique	42
2.4.1.2	Mesures	43
2.4.2	Mesure du temps de vie des populations du niveau $^4I_{13/2}$	45

Du fait de leurs nombreuses transitions radiatives dans les domaines du visible et de l'infrarouge les ions terres rares sont utilisés comme milieu actif dans un grand nombre de matrices solides. L'ion Erbium par exemple trouve beaucoup d'applications dans le domaine des télécommunications, notamment comme amplificateur du fait de sa transition $4I_{13/2} \rightarrow 4I_{15/2}$ émettant à $1,55 \mu\text{m}$. On le retrouve également dans le domaine de l'information quantique [76, 77]. Nous allons étudier les transitions électroniques de l'ion Erbium puis nous verrons ses propriétés lorsqu'il est inséré dans un verre de ZBLALiP. Ce dernier est le verre fluoré utilisé pour la fabrication des microsphères dopées Erbium avec lesquelles ont été réalisées nos expériences. L'ion Erbium est le point clé de cette thèse, il nous permettra non seulement de compenser les pertes de nos résonateurs dans le chapitre 5 mais il jouera également le rôle du système à deux niveaux nécessaire à l'obtention des effets de lumière lente au chapitre 6.

2.1 Structure électronique des terres rares

Les terres rares forment un groupe de 17 éléments comprenant le scandium (numéro atomique 21), l'yttrium (39) et les 15 lanthanides (57-71) dont l'erbium fait partie.

A l'état atomique les lanthanides possèdent la structure électronique du Xénon plus deux électrons 6s et un nombre variable d'électrons 4f (excepté pour le lanthane) et éventuellement un électron 5d. Le tableau 2.1 regroupe les configurations électroniques des lanthanides. Leur structure électronique est du type $[Xe] 4f^n 5d^m 6s^2$ avec :

1. $n = 0$ et $m = 1$ pour le lanthane ;
2. $n = 1$ et $m = 1$ pour le cérium ;
3. $n = 7$ et $m = 1$ pour le gadolinium ;
4. $n = 14$ et $m = 1$ pour le lutécium ;
5. $n = 2$ à 13 et $m = 0$ pour les autres.

A l'état ionique les terres rares sont principalement dans l'état trivalent, l'atome perd alors ses deux électrons 6s et un électron 4f (ou son électron 5d s'il en possède un). A l'état ionique la configuration électronique est alors de la forme suivante :

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 4f^n 5s^2 5p^6$$

avec n le nombre d'électrons dans la couche 4f.

Les transitions optiques se produisent dans la couche 4f qui est la seule incomplète. Les orbitales 5s et 5p sont complètes et possèdent une extension radiale plus importante que la couche 4f. La couche 4f est donc interne aux couches 5s et 5p, cela peut être observé sur la figure 2.1 dans le cas d'un ion Nd^{3+} [78]. En matrice cristalline, cette particularité permet de protéger les électrons 4f en limitant l'influence des champs agissant sur l'ion. L'impact du champ cristallin sur les transitions 4f \rightarrow 4f sera donc fortement atténué, ce champ peut donc être vu comme une petite perturbation. Cela implique que l'insertion de ces ions dans une matrice hôte aura peu d'incidence sur la position des niveaux d'énergie. De plus les bandes d'émission et d'absorption sont étroites et les niveaux d'énergie possèdent des **durées de vie longues** ce qui, comme nous le verrons dans le chapitre sur les Oscillations Cohérentes de Populations (OCP), est un élément important.

Élément	Numéro atomique	Configuration électronique
Lanthane, La	57	[Xe] 6s ² 4f ⁰ 5d ¹
Cérium, Ce	58	[Xe] 6s ² 4f ¹ 5d ¹
Praséodyme, Pr	59	[Xe] 6s ² 4f ³
Néodyme, Nd	60	[Xe] 6s ² 4f ⁴
Prométhium, Pm	61	[Xe] 6s ² 4f ⁵
Samarium, Sm	62	[Xe] 6s ² 4f ⁶
Europium, Eu	63	[Xe] 6s ² 4f ⁷
Gadolinium, Gd	64	[Xe] 6s ² 4f ⁷ 5d ¹
Terbium, Tb	65	[Xe] 6s ² 4f ⁹
Dysprosium, Dy	66	[Xe] 6s ² 4f ¹⁰
Holmium, Ho	67	[Xe] 6s ² 4f ¹¹
Erbium, Er	68	[Xe] 6s ² 4f ¹²
Thulium, Tm	69	[Xe] 6s ² 4f ¹³
Ytterbium, Yb	70	[Xe] 6s ² 4f ¹⁴
Lutécium, Lu	71	[Xe] 6s ² 4f ¹⁴ 5d ¹

TABLEAU 2.1 – Configuration électronique des terres rares.

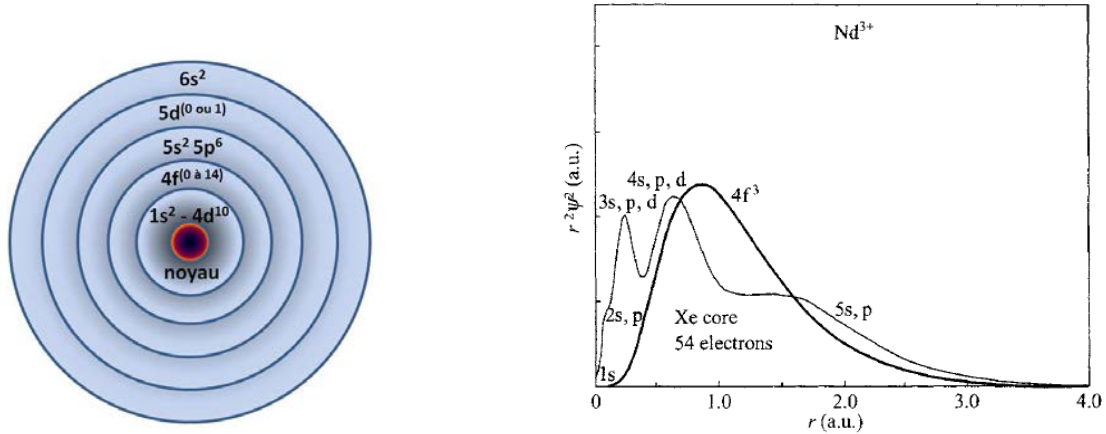


FIGURE 2.1 – La figure de gauche représente un schéma de la structure atomique des terres rares. La courbe de droite (extraite de [78]) représente la partie radiale de la fonction d'onde pour les électrons $4f^3$ de Nd^{3+} comparée à la distribution de charge du Xénon.

2.2 Niveaux d'énergie de l'ion Erbium

La couche $4f$ étant la seule incomplète, seule cette dernière est à prendre en compte pour le calcul des niveaux d'énergie. Sachant que cette couche peut contenir au maximum 14 électrons, la dégénérescence des niveaux d'énergie est C_{14}^N , soit :

$$\frac{(4\ell + 2)!}{N!(4\ell + 2 - N)!} = \frac{14!}{N!(14 - N)!} \text{ pour } \ell = 3. \quad (2.1)$$

Dans le cas de l'ion Erbium triplement ionisé Er^{3+} ($N = 11$) cela donne une dégénérescence des niveaux d'énergie de 364. Cette dégénérescence est levée en pratique et la résolution de l'équation de Schrödinger permet d'obtenir la position des niveaux d'énergie via l'utilisation de l'approximation du champ central et de la méthode d'Hartree-Fock [78].

La notation de Russell-Saunders est généralement utilisée pour nommer les niveaux d'énergie. A chaque niveau correspondra un terme spectroscopique noté :

$$2S+1L_J$$

Cette notation fait intervenir les moments angulaires L , S et J :

$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^N \mathbf{l}_i$: moment angulaire orbital total, $\mathbf{S} = \sum_{i=1}^N \mathbf{s}_i$: moment de spin total et $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$: moment cinétique total.

L'Hamiltonien décrivant un ion comportant N électrons en l'absence de champ externe peut s'écrire :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_C + \mathcal{H}_{SO} \quad (2.2)$$

avec

$$\mathcal{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^N \nabla_i^2 - \sum_{i=1}^N \frac{Ze^2}{r_i} \quad (2.3)$$

Le premier terme est la somme des énergies cinétiques des N électrons avec m la masse des électrons. Le second terme est la somme des énergies potentielles des électrons dans le champ du noyau avec Z le numéro atomique, e la charge des électrons et r_i la coordonnée radiale du i -ème électron. Cet Hamiltonien permet d'obtenir les positions énergétiques des différentes configurations électroniques.

$$\mathcal{H}_C = \sum_{i < j}^N \frac{e^2}{r_{ij}}, \quad (2.4)$$

ce terme décrit les interactions coulombiennes répulsives entre électrons.

$r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ est la position relative du i -ème par rapport au j -ième électron. La dégénérescence du niveau $4f^{11}$ va être partiellement levée en différents termes notés ^{2S+1}L (4G , 2H , ...). Ces niveaux sont séparés entre eux de quelques 10^4 cm^{-1} .

$$\mathcal{H}_{SO} = \sum_{i=1}^N \zeta(r_i) \mathbf{l}_i \cdot \mathbf{s}_i, \quad (2.5)$$

Hamiltonien relatif à l'interaction spin-orbite. $\zeta(r_i)$ est appelée constante de couplage spin-orbite et $\mathbf{l}_i \cdot \mathbf{s}_i$ est l'interaction entre les moments angulaires orbitaux et de spin des électrons. En effet ces deux mouvements de l'électron ne sont pas indépendants, ils se couplent et leur force d'interaction augmente avec le numéro atomique. Cette interaction, plus faible que la précédente, lève la dégénérescence de chaque niveau d'énergie ^{2S+1}L en J niveaux avec J compris entre $|L - S|$ et $|L + S|$. Ces niveaux sont séparés entre eux de quelques 10^3 cm^{-1} .

Nous n'explicitons pas ici les méthodes de l'approximation du champ central et d'Hartree-Fock qui sont explicitées dans de nombreux ouvrages et notamment dans le chapitre 1 de l'ouvrage de G. Liu et B. Jacquier [78].

La règle de Hund permet de déterminer le niveau fondamental (de plus basse énergie) pour une même configuration électronique mais de L et S différents. Possède la plus petite énergie le terme qui a :

1. la plus grande valeur possible de S ,
2. la plus grande valeur (possible pour ce même S) de L .

La valeur de J est déterminée comme suit :

- J minimum ($J = |L - S|$) pour une couche moins que moitié pleine,
- J maximum ($J = L + S$) sinon.

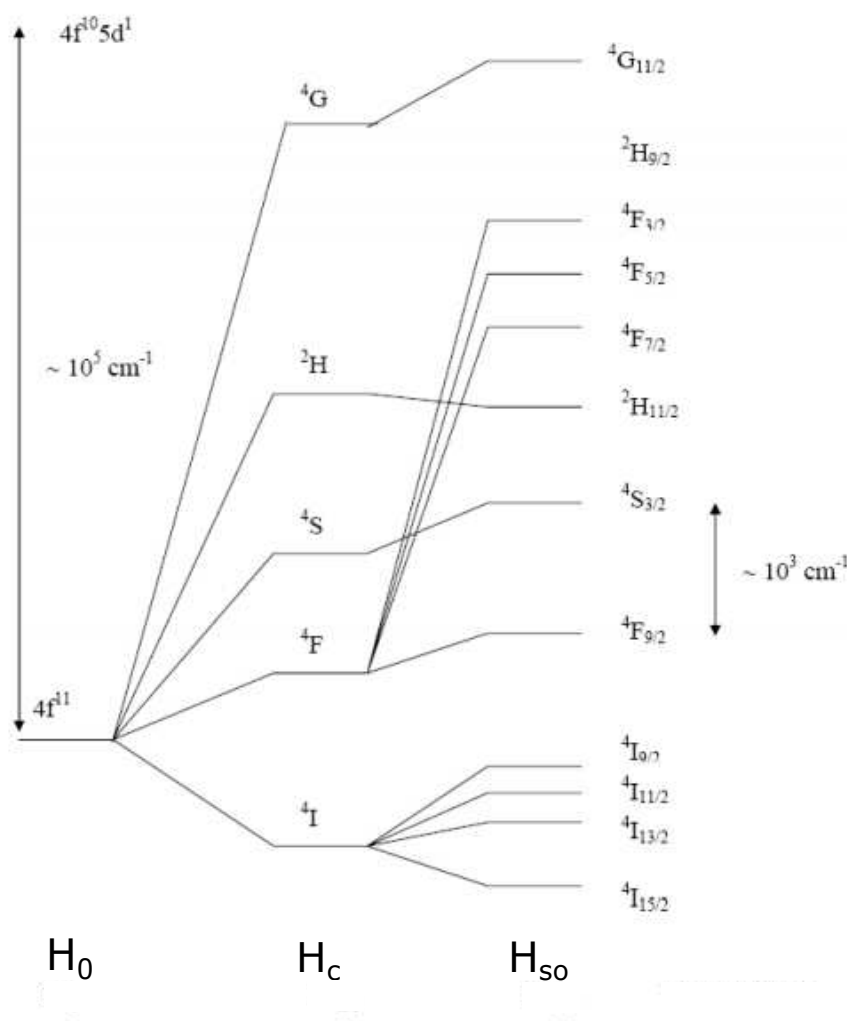
Cela donne le niveau $^4I_{15/2}$ pour l'ion Erbium.

Le diagramme d'énergie pour l'ion Erbium Er^{3+} est représenté figure 2.2 extraite de [79]. On peut y observer les différentes levées de dégénérescence.

2.2.1 Action de la matrice

Quand l'ion Erbium est inséré dans une matrice vitreuse, il est soumis à un champ que l'on nomme champ de ligand. Ce dernier provient de l'action des ions, atomes et électrons voisins. Aux Hamiltoniens précédents, il faut donc rajouter un nouveau terme. Cela va provoquer une modification des fonctions d'onde électroniques et donc modifier les niveaux d'énergie. Il va se produire une nouvelle levée de dégénérescence en sous niveaux Stark. Cependant du fait que la couche $4f$ est une couche interne comme on l'a vu précédemment, cette perturbation est faible devant les autres et les sous niveaux Stark ne seront séparés entre eux que de quelques dizaines de cm^{-1} .

Dans une matrice vitreuse il n'est pas possible de prédire la position exacte de ces sous niveaux Stark. Comme chaque ion occupe une position différente dans la matrice, la levée de dégénérescence va se produire différemment pour chaque ion. Les différents sous niveaux Stark occuperont donc une position aléatoire sur quelques dizaines de cm^{-1} .

FIGURE 2.2 – Diagramme d'énergie pour l'ion Erbium Er^{3+} extrait de [79].

2.2.2 Transitions radiatives

Le choix de l'utilisation d'un verre dopé aux ions Er^{3+} provient de l'existence d'une bande d'émission autour de $1,55 \mu\text{m}$, longueur d'onde utilisée dans les transmissions optiques et donc pour laquelle on dispose du matériel adéquat (source accordable, filtres, détecteurs, modulateurs, ...). Pour notre étude sur la compensation des pertes, afin d'optimiser le recouvrement des champs de la pompe et de nos signaux, nous avons choisi un pompage à $1,48 \mu\text{m}$ (plutôt que 805 ou 980 nm). Les différentes transitions radiatives mises en jeu lors d'un pompage à 1480 nm pour l'ion Erbium Er^{3+} sont représentées sur la figure 2.3 a). Cette transition à 1550 nm provient des niveaux d'énergie $^4I_{15/2}$ et $^4I_{13/2}$. Nous avons une levée de dégéné-

rescence (due à l'effet Stark) de ces niveaux en respectivement 8 et 7 sous-niveaux électroniques représentés sur la figure 2.3 b). Au lieu d'avoir une seule transition, nous avons donc toutes les transitions électroniques entre les multiplets. Le spectre d'absorption de l'Erbium entre les niveaux $^4I_{15/2}$ et $^4I_{13/2}$ résulte donc des contributions de l'absorption des 7 sous-niveaux du multiplet $^4I_{13/2}$ depuis les 8 sous-niveaux du multiplet $^4I_{15/2}$. Cela donne donc $7 \times 8 = 56$ transitions.

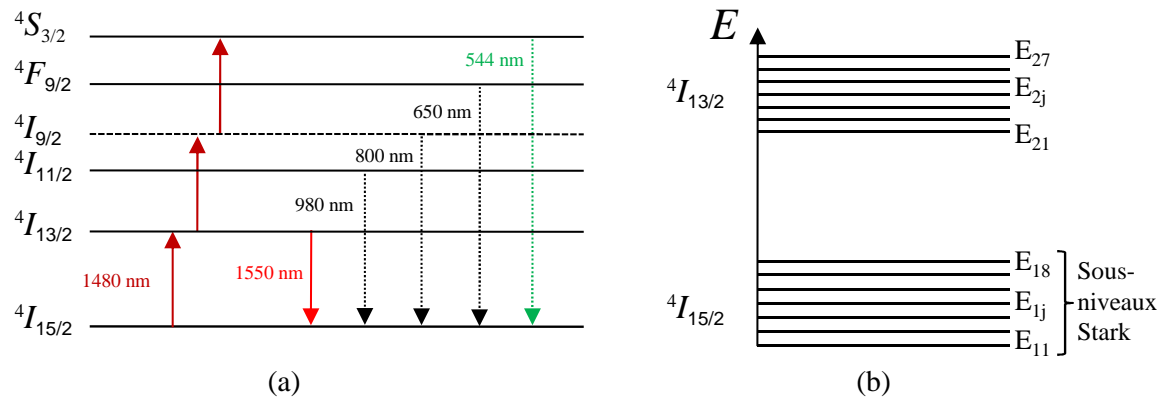


FIGURE 2.3 – (a) Niveaux d'énergie de l'ion Erbium, (b) Décomposition des niveaux $^4I_{13/2}$ et $^4I_{15/2}$ en sous-niveaux Stark.

D'après la statistique de Boltzmann les niveaux les plus bas sont les plus peuplés car la relaxation non-radiative entre sous-niveaux Stark d'un même multiplet est très rapide (≈ 1 ns) en comparaison avec la durée de vie des niveaux (≈ 10 ms). En simplifiant la représentation on peut donc considérer que les transitions vont avoir lieu à partir des niveaux E_{11} et E_{21} (notations sur figure 2.3 b)) comme cela est représenté sur la figure 2.4 à gauche. Nous avons donc assimilé nos transitions à un système à 3 niveaux (figure 2.4 à droite).

Remarque

Sur la figure 2.3 a) on peut remarquer des transitions radiatives à des longueurs d'ondes inférieures à $1 \mu\text{m}$ par multiple absorption de la pompe. Notons en particulier la triple absorption de la pompe qui induit une fluorescence à 544 nm qui explique la couleur verte de nos sphères lorsqu'elles sont pompées à 1480 nm comme on peut le voir sur les photographies de la figure 2.5. L'intensité de cette fluorescence permet d'estimer visuellement le taux de pompage de notre sphère.

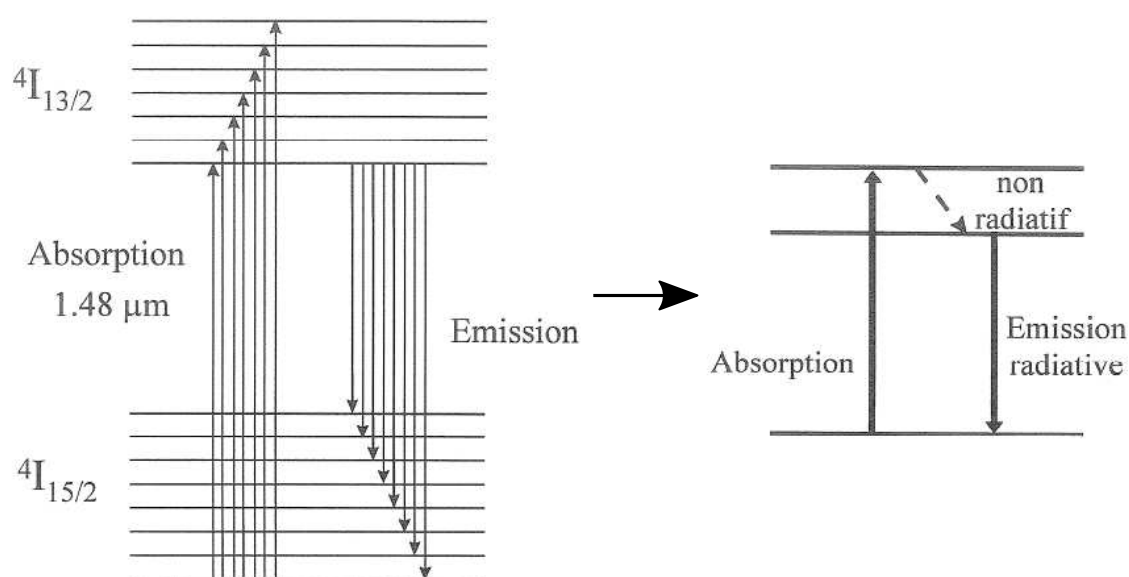


FIGURE 2.4 – Transitions d'absorption et d'émission entre les sous-niveaux Stark des niveaux $4I_{13/2}$ et $4I_{15/2}$.



FIGURE 2.5 – Photographies de sphères en ZBLALiP dopées Erbium pompées à 1480 nm . Les sphères ont un diamètre de l'ordre de $100 \mu\text{m}$.

2.3 Élargissement des transitions électroniques de l'Erbium dans un verre

Dans cette partie nous allons voir l'influence du verre sur la largeur des transitions. On distingue deux types de contributions à l'élargissement des transitions :

- Premièrement, les transitions sont élargies de manière dite homogène du fait de l'interaction avec les phonons du matériau.
- Deuxièmement, du fait de l'absence de symétrie dans un verre, celui-ci offre

une multitude de sites aux ions. Une conséquence de cela est un élargissement dit inhomogène lié au fait que les sous-niveaux Stark auront une énergie différente pour chaque site.

Dans un verre ces élargissements conduisent à l'observation d'un spectre de bande et non de raies comme dans un cristal.

2.3.1 Élargissement homogène

L'élargissement homogène est lié aux transition non-radiatives rapides par émission de phonons (de l'ordre de la picoseconde) entre les sous-niveaux Stark d'un même multiplet. La distribution en énergie des phonons est déterminée par la température via une distribution de type Maxwell-Boltzmann. L'élargissement des transitions est dit homogène car l'interaction entre les phonons et les électrons va avoir le même effet sur tous les ions de terre rare. Plus la température sera basse et plus cet élargissement sera faible. L'énergie des phonons dépend également de la matrice vitreuse, cet élargissement sera donc différent dans la silice et dans un verre fluoré par exemple.

2.3.2 Élargissement inhomogène

Dans un verre il n'y a aucune périodicité dans le réseau cristallin (contrairement à un cristal), chaque ion Erbium sera donc baigné dans un environnement local différent. Cela implique que chaque ion est soumis à un champ cristallin qui lui est propre, or ce champ détermine la position énergétique des transitions électroniques. En résumé chaque ion occupe un site unique et voit un champ cristallin différent, la transition électronique propre à un ion aura donc une position énergétique différente de celle des autres ions. Expérimentalement on mesure donc la somme des transitions électroniques de tous les ions.

Bilan

Sur la figure 2.6 sont représentée les différents élargissements des transitions dans l'Erbium.

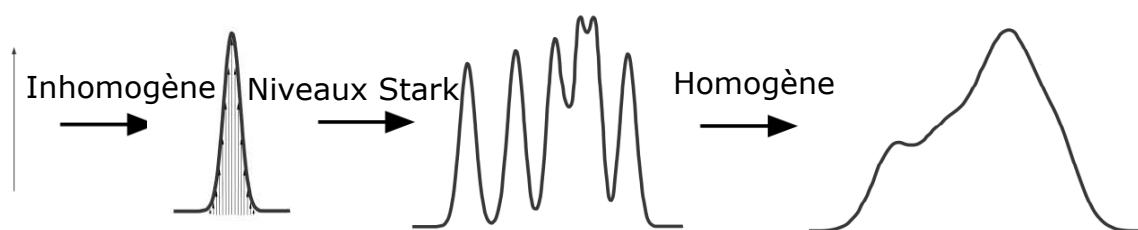


FIGURE 2.6 – Schéma des élargissements d’une transition.

A gauche est représenté par un pic de Dirac l’émission d’une seule transition Stark pour un seul ion (donc il n’y a pas d’élargissement inhomogène) et à très basse température (élargissement homogène négligeable). Puis nous considérons tous les ions impliqués dans une sous transition Stark (une des 56 transitions). On observe alors l’élargissement inhomogène car chaque ion va conduire à une énergie de transition différente. Ensuite on considère toutes les sous transitions Stark (toujours à très basse température). Et pour finir on passe à température ambiante, on a donc un élargissement homogène de toutes les sous transitions et on observe le schéma typique d’un spectre à température ambiante. Pour donner un ordre d’idée, dans les verres fluorés dopés Erbium les valeurs typiques de ces élargissements à température ambiante sont [80] :

- $20\text{-}35\text{ cm}^{-1}$ pour l’élargissement homogène
- 60 cm^{-1} pour l’élargissement inhomogène

Ainsi les spectres d’absorption et d’émission présenteront une structure spectrale-ment faiblement résolue comme nous allons le verrons par la suite.

2.4 Caractérisation du verre de ZBLALiP

Le verre que nous utilisons est un verre fluoré dopé Erbium de composition (en mol%) : 51ZrF_4 16BaF_2 5LaF_3 3AlF_3 20LiF 5PbF_2 (ZBLALiP) [81] avec un taux de dopage variant de 0,05 à 0,3 mol% et est produit par l’équipe de Monsieur M. Mortier au IRCP (CNRS UMR 8247). Ce verre possède un indice de réfraction d’environ 1,49 et présente un domaine de transparence compris entre 0,2 et $7\text{ }\mu\text{m}$. Contrairement à un verre de silice, le verre de ZBLALiP peut être fortement dopé

(concentration en ions Erbium $> 10^{19}$ ions par cm^{-3}) sans formation d'agrégats. En plus d'être une bonne matrice hôte pour les ions Erbium, le verre de ZBLALiP présente une très bonne stabilité lors de son passage dans la torche plasma micro-onde que nous utilisons pour la fabrication de nos microsphères. Afin de pouvoir mener à bien nos expériences nous avons besoin de connaître certaines caractéristiques de notre verre telles que les sections efficaces d'absorption et d'émission ou encore le temps de de vie des populations du niveau $^4I_{13/2}$.

2.4.1 Sections efficaces d'absorption et d'émission

Dans cette partie nous allons déterminer, à partir d'un spectre d'absorption, la section efficace d'absorption et nous en déduirons celle d'émission. A partir de ces deux sections efficaces nous pourrions calculer le coefficient d'absorption du verre de ZBLALiP pour différents taux de dopage et calculer le gain spectral du matériau pour différentes puissances de pompe.

2.4.1.1 Aspect théorique

La section efficace d'absorption σ_{abs} est obtenue à partir de la mesure de la densité optique $DO = \ln(I/I_0)$ où I_0 est l'intensité incidente sur l'échantillon de verre et I l'intensité transmise en utilisant la relation :

$$\sigma_{abs}(\lambda) = \frac{\ln(10)DO(\lambda)}{CL} \quad (2.6)$$

avec C la concentration en ions Erbium (ions/ cm^3) et L l'épaisseur de l'échantillon (cm). La section efficace d'absorption peut également être exprimée en fonction de la valeur du coefficient d'absorption α en cm^{-1} :

$$\sigma_{abs}(\lambda) = \frac{\alpha(\lambda)}{C} \quad (2.7)$$

La section efficace d'émission σ_{ems} se déduit de celle d'absorption en utilisant la théorie de McCumber [82]. Les deux sections efficaces sont reliées par :

$$\sigma_{abs}(\lambda) = \sigma_{ems}(\lambda) \cdot \frac{Z_1}{Z_2} \exp \left[\frac{hc}{k_B T} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \right] \quad (2.8)$$

avec Z_1 et Z_2 les fonctions de partition des niveaux $^4I_{13/2}$ et $^4I_{15/2}$, λ_0 est la longueur d'onde de la transition entre les plus bas des sous-niveaux Stark des niveaux $^4I_{13/2}$ et $^4I_{15/2}$, h est la constante de Planck, c est la vitesse de la lumière dans le vide, k_B est la constante de Boltzmann et T est la température en Kelvin. Les valeurs de Z_1 et Z_2 s'obtiennent à partir de la connaissance des données spectroscopiques des deux niveaux, autrement dit leur dégénérescence et l'énergie des sous-niveaux Stark. Pour un verre dopé Erbium ces données peuvent être obtenues à partir des spectres d'absorption et d'émission à basse température [83].

Une fois les valeurs des deux sections efficaces connues, il est possible de calculer le gain spectral $G(\lambda, p)$ en utilisant la relation suivante [84] :

$$G(\lambda, p) = C [p\sigma_{ems}(\lambda) - (1 - p)\sigma_{abs}(\lambda)] \quad (2.9)$$

avec p la fraction d'ions Erbium sur le niveau $^4I_{13/2}$.

Le gain spectral donne une indication sur la fenêtre spectrale où des effets lasers sont susceptibles d'apparaître.

2.4.1.2 Mesures

Des mesures d'absorption ont été effectuées sur des échantillons de verre à l'aide d'un spectromètre (Cary 17, résolution supérieure à 0,1 nm). La figure 2.7 extraite de [85] présente un spectre d'absorption pour un verre dopé à 0,05 mol%, ce qui correspond à $0,945 \times 10^{19}$ ions/cm³.

A partir de ce spectre on peut en déduire la section efficace d'absorption et les propriétés spectroscopiques des niveaux $^4I_{13/2}$ et $^4I_{15/2}$. On obtient un écart moyen de 55 cm⁻¹ entre les sous-niveaux Stark du niveau $^4I_{13/2}$, 58,8 cm⁻¹ entre ceux du niveau $^4I_{15/2}$ et un écart entre les sous-niveaux les plus bas des niveaux $^4I_{13/2}$ et $^4I_{15/2}$ de 6532 cm⁻¹. Les valeurs de la section efficace d'émission et donc du gain spectral sont déduites de ces propriétés.

Sur la figure 2.8 extraite de [86] sont représentées les sections efficaces d'émission et d'absorption ainsi que le gain spectral. La valeur de la section efficace d'absorption va nous permettre de connaître le coefficient d'absorption de notre verre pour toutes les longueurs d'onde λ et tous les taux de dopage C en utilisant la relation :

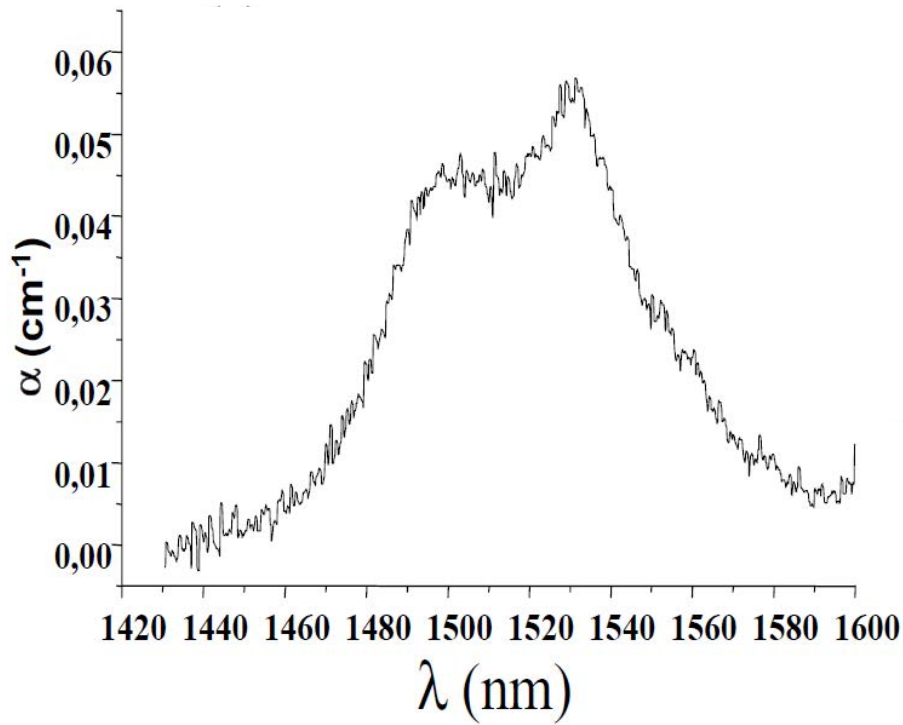


FIGURE 2.7 – Spectre d'absorption d'un verre de ZBLALiP présentant un taux de dopage en ions Erbium de 0,05 mol%. Extrait de [85]

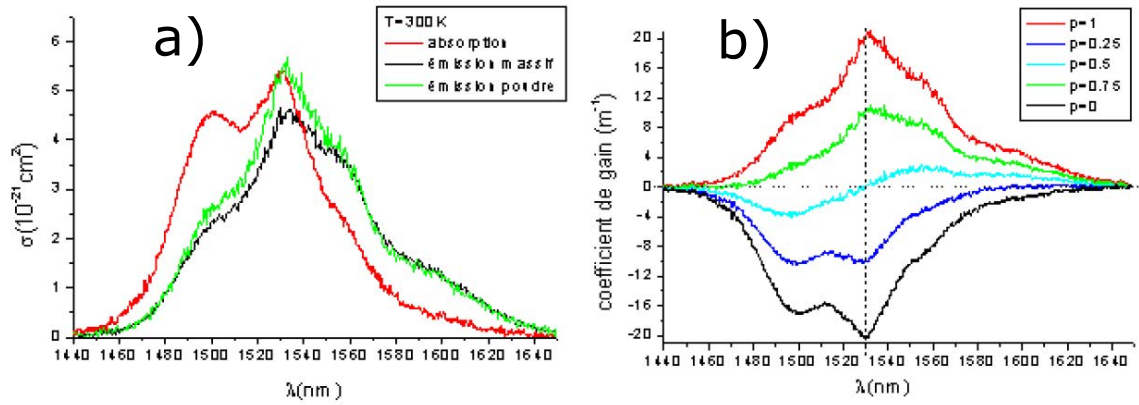


FIGURE 2.8 – a) Section efficace d'absorption en rouge et d'émission dans verre massif (en noir) et dans de la poudre de verre (en vert) b) Gain spectral pour différents coefficients de pompage. Extrait de [86]

$$\alpha(\lambda) = C \cdot \sigma_{abs}(\lambda) \quad (2.10)$$

2.4.2 Mesure du temps de vie des populations du niveau $^4I_{13/2}$

Comme nous le verrons dans le chapitre sur les Oscillations Cohérentes de Populations, un fort temps de vie des populations du niveau $^4I_{13/2}$ est primordial dans le but d'obtenir un fort retard de groupe. Ce temps de vie a été mesuré dans du verre ZBLALiP massif et de la poudre de verre [81] après excitation à 532 nm. La figure 2.9 présente les résultats obtenus pour différents taux de dopage. Dans nos expériences sur les OCP nous utilisons des sphères ayant des taux de dopage de 0,08 et 0,1 mol%, on peut observer que pour ces concentrations le temps de vie est le même dans les verres massifs et dans la poudre et est d'environ 13 ms.

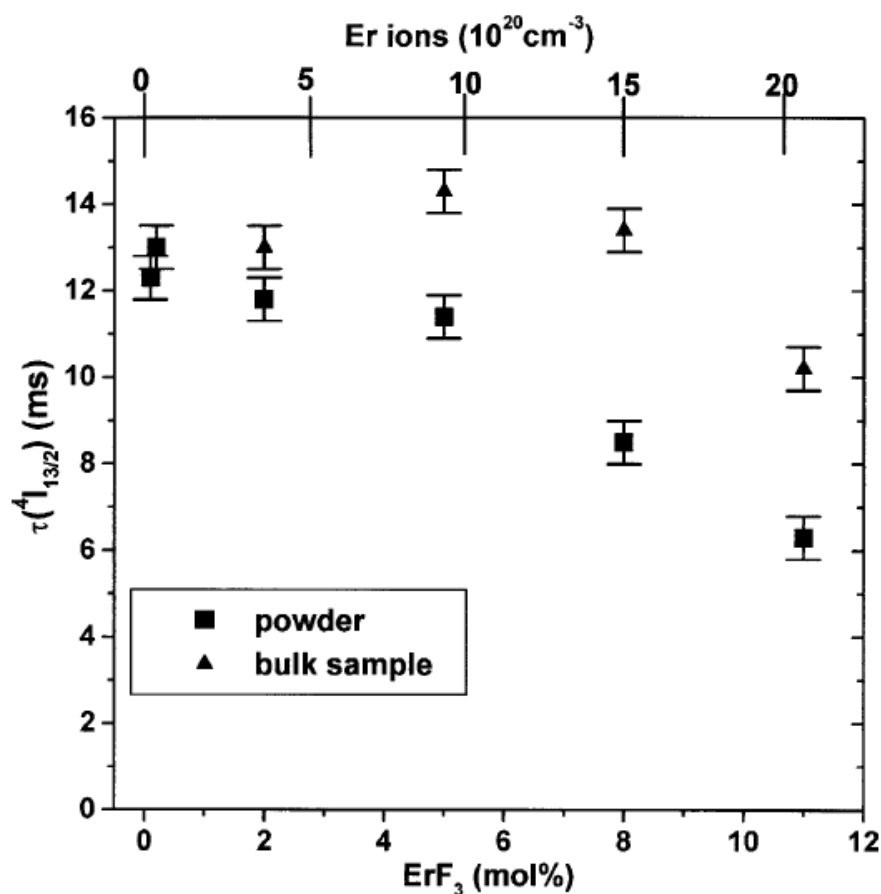


FIGURE 2.9 – Temps de vie des populations sur le niveau $^4I_{13/2}$ dans un verre ZBLALiP massif et dans de la poudre de verre après excitation à 532 nm en fonction du taux de dopage.

On peut cependant se poser la question de la conservation de ce temps de vie

si le verre de ZBLALiP subit un processus de fusion dans le but d'en faire des sphères. Il a été montré dans des sphères en IOG2 dopées Erbium [87] fabriquées dans notre laboratoire que le temps de vie après le processus de fabrication des sphères était diminué d'environ 15 %. On peut donc s'attendre à ce que le temps de vie des populations du niveau $^4I_{13/2}$ dans nos microsphères en ZBLALiP soit d'environ 11 ms.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donc étudié quelques propriétés spectroscopiques de l'ion Erbium dans un verre fluoré. Les valeurs du coefficient d'absorption vont nous servir par la suite pour calculer la limitation en facteur de qualité de nos résonateurs. Les valeurs d'absorption, du temps de vie des populations sur le niveau excité ainsi que des élargissements sont des données très importantes pour la caractérisation de nos effets d'Oscillations Cohérentes de Populations. En effet nous verrons le retard de groupe est proportionnel au produit αT_1 . Le type d'élargissement va aussi avoir une forte influence sur le comportement de l'effet de lumière lente pour de fortes puissance.

Chapitre 3

Résonateurs à modes de galerie

Sommaire

3.1	Les modes de galerie	48
3.1.1	Approche simple des modes de galerie	48
3.1.2	Description électromagnétique	52
3.1.3	Positions approximatives des résonances	55
3.1.4	Facteur de qualité	60
3.1.5	Finesse	65
3.1.6	Volume de mode	66
3.2	Fabrication des microsphères	68
3.2.1	Processus de fabrication des microsphères en verre de ZBLA-LiP	69
3.2.1.1	La torche plasma micro-onde	69
3.2.1.2	Le processus de fabrication	70
3.2.2	Sélection et collage des sphères	71

Ce chapitre décrit brièvement dans sa première partie les principales propriétés des résonateurs à modes de galerie nécessaires à la compréhension du manuscrit. Dans la seconde partie, nous présenterons le procédé de fabrication de nos résonateurs.

3.1 Les modes de galerie

Le terme "Whispering Gallery Mode" (WGM) ou Mode de Galerie tient son origine d'un phénomène acoustique observé dès la fin du 17^{ième} siècle dans la galerie du dôme de la cathédrale Saint-Paul à Londres. Bien que ce dôme fasse plus de 50 mètres de diamètre, deux personnes situées en deux points quelconques de son pourtour peuvent dialoguer sans peine. En 1877, Lord Rayleigh interpréta ce phénomène comme étant la propagation guidée d'ondes acoustiques par réflexion totale le long des parois de la galerie. Par analogie, dans le domaine optique, on nomme mode de galerie la propagation guidée d'une onde électromagnétique à la surface d'une sphère diélectrique par une succession de réflexions totales internes. En 1908, Gustav Mie fut le premier à s'intéresser à la diffusion du champ électromagnétique par une sphère diélectrique et à résoudre les équations de propagation à l'intérieur de la cavité. Son nom sera donné par la suite aux résonances apparaissant lors de la diffusion de la lumière par un objet sphérique.

3.1.1 Approche simple des modes de galerie

Il est possible de comprendre l'origine des modes de galerie et d'en déduire quelques propriétés par une approche de type "optique géométrique". L'utilisation de l'optique géométrique est justifiée par le fait que les microsphères utilisées au cours de nos travaux ont un rayon a compris entre 25 et 110 μm , le paramètre de taille $x = 2\pi a / \lambda_0$ (facteur d'échelle entre l'objet d'étude et la longueur d'onde de travail) varie alors entre 100 et 440 (pour $\lambda_0 = 1,55 \mu m$).

Considérons une sphère de rayon a constituée d'un diélectrique transparent, isotrope et homogène et un rayon lumineux se propageant à l'intérieur de la sphère avec un angle d'incidence i . La sphère d'indice de réfraction N est supposée plon-

gée dans l'air [Fig. 3.1 a)].

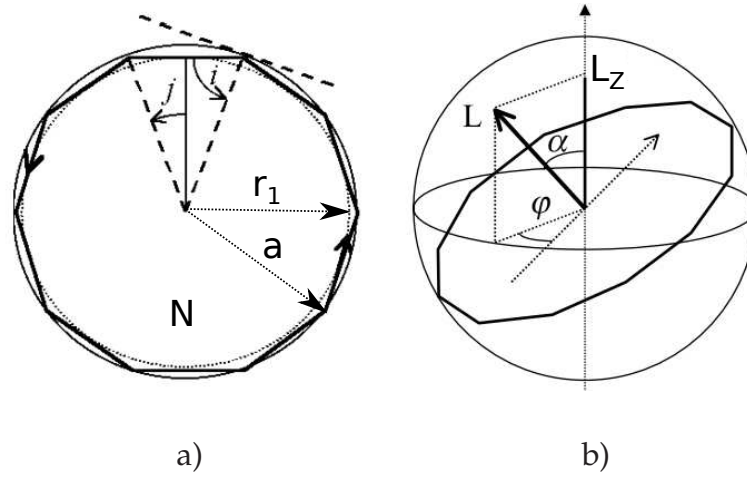


FIGURE 3.1 – a) Propagation d'un rayon lumineux par réflexion totale interne dans une microsphère b) Moment angulaire L associé à une mode de galerie et sa projection sur l'axe z . Extrait de [88].

Si l'on considère les trajectoires internes telles que i est supérieur à l'angle critique $i_c = \arcsin(1/N)$ il se produit le phénomène de réflexion totale interne. Dans le cadre de cette approche qui ne prend en pas en compte les pertes (diffraction, diffusions et absorption), les photons seront indéfiniment réfléchis à l'intérieur du diélectrique par réflexions totales internes successives. Si la trajectoire est un polygone régulier contenu dans un plan passant par le centre du résonateur alors il est possible d'observer une résonance.

Confinement spatial des rayons dans la microsphère

La lumière est guidée dans une couronne délimitée par la surface et une caustique interne de rayon r_1 . Ce rayon et donc l'extension radiale sont fonction de l'angle d'incidence i . Plus l'incidence est rasante, c'est à dire plus i est proche de $\pi/2$ alors plus la lumière sera confinée proche de la surface. Pour une sphère parfaite nous aurons conservation du plan de réflexion, le confinement de la lumière prendra donc la forme d'un anneau équatorial. Si on considère une sphère de rayon $50 \mu\text{m}$, on peut montrer que l'extension radiale de cet anneau est d'environ $4 \mu\text{m}$. Cela donne une idée du fort confinement spatial des modes de galerie.

Condition de résonance

Dans le cas d'une incidence rasante, c'est à dire i proche de $\pi/2$, le chemin total parcouru sur un tour est très proche du périmètre du résonateur. Pour que le champ intracavité interfère constructivement avec lui-même après un tour dans la cavité, la phase doit avoir varié d'un multiple entier de 2π . Il faut donc que le périmètre du résonateur soit un multiple de la longueur d'onde λ/N . Cela nous conduit à la condition de résonance :

$$2\pi a \approx \frac{\ell\lambda}{N}, \quad (3.1)$$

avec ℓ entier et λ la longueur d'onde dans le vide. Cette condition peut aussi s'écrire $Nx \approx \ell$, avec x le paramètre de taille défini précédemment.

L'accord de phase dépend donc du rayon a et de l'indice de réfraction N de la microsphère, mais aussi du déphasage à chaque réflexion. Ce dernier diffère pour les modes de polarisation TE (champ électrique perpendiculaire au plan de propagation) et TM (champ magnétique perpendiculaire au plan de propagation), ils formeront donc deux familles de résonances distinctes.

Intervalle Spectral Libre

Par analogie avec une cavité en anneau, il est possible de définir un ISL (Intervalle Spectral Libre) qui est la valeur de l'espacement en fréquence des différentes résonances :

$$ISL = \frac{c}{2\pi Na}, \quad (3.2)$$

avec $c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ la vitesse de la lumière dans le vide.

La figure 3.2 présente un spectre de fluorescence d'une microsphère en verre fluoré dopé Erbium de $56 \mu\text{m}$ de diamètre. On observe la quantification des fréquences de résonance des modes de galerie longitudinaux espacés d'un ISL, ainsi que les deux familles de résonances liées aux deux familles de polarisation.

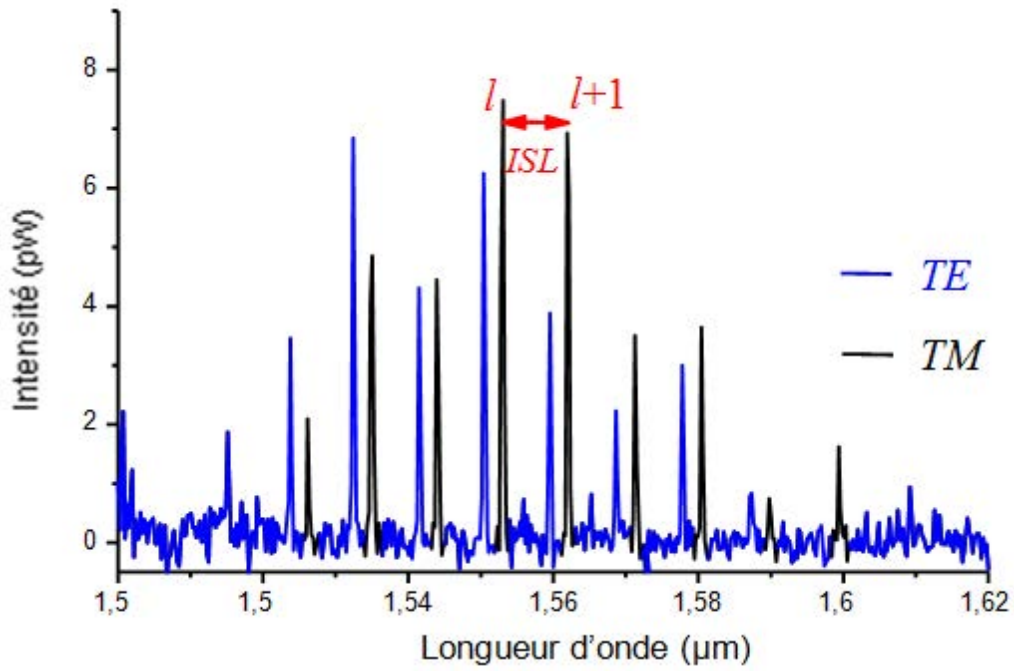


FIGURE 3.2 – Spectre de fluorescence d’une microsphère en verre fluoré dopé Erbium de $56\ \mu\text{m}$ de diamètre. Extrait de de [80]

Approche corpusculaire

Considérons maintenant la lumière d’un point de vue corpusculaire en associant au mode de galerie un photon de moment angulaire \vec{L} [Fig. 3.1 b)]. L’impulsion de ce photon vaut :

$$p = \hbar k = \hbar \frac{2\pi N}{\lambda} \quad (3.3)$$

avec k le vecteur d’onde dans la sphère.

Par analogie avec le moment angulaire orbital d’un électron dans un atome, la norme du moment angulaire est quantifiée et vaut $|\vec{L}| = \hbar \sqrt{l(l+1)} \approx \hbar l$. Or pour des incidences rasantes :

$$|\vec{L}| = ap = a\hbar \frac{2\pi N}{\lambda} = \hbar \ell. \quad (3.4)$$

Par identification avec l’équation (3.1) il est possible de donner un sens physique à l’indice ℓ défini précédemment comme le nombre de longueurs d’onde sur

la circonférence de la sphère. L'indice ℓ correspond à la norme du moment angulaire du champ électromagnétique contenu dans le mode de galerie.

Le photon se propage suivant un cercle qui peut être incliné d'un angle α par rapport à l'équateur (α est l'angle entre la normale au cercle et l'axe z). Les valeurs de la projection du moment angulaire sur l'axe z sont aussi quantifiées et valent :

$$L_z = |\vec{L}| \cos(\alpha) = m. \quad (3.5)$$

Pour une sphère parfaite les trajets optiques sont égaux quelle que soit la valeur de l'angle α et donc de m , autrement dit les modes qui diffèrent seulement de m sont spectralement dégénérés. Nous verrons par la suite que d'un point de vue expérimental, cette dégénérescence est levée par la légère ellipticité des sphères.

3.1.2 Description électromagnétique

Afin de décrire plus rigoureusement les propriétés des modes de galerie il est nécessaire de résoudre l'équation de Helmholtz vectorielle en coordonnées sphériques. En effet, les amplitudes complexes des champs électriques et magnétiques sont solutions des équations de Maxwell avec les conditions aux limites imposées par l'interface sphère/air et vérifient l'équation de Helmholtz vectorielle. Pour le champ électrique cette équation s'écrit $\Delta \vec{E} + N^2(r)k_0^2 \vec{E} = 0$ (de même pour le champ magnétique) avec $k_0 = 2\pi/\lambda$ et $N(r)$ l'indice du milieu (N pour $r \leq a$, 1 pour $r > a$).

La résolution de cette équation passe par l'utilisation de la méthode de Hansen [89] qui permet de construire les solutions vectorielles de l'équation de Helmholtz à partir des solutions de l'équation de Helmholtz scalaire. Les champs solutions $(\vec{E}_{\ell m}^P(\vec{r}), \vec{B}_{\ell m}^P(\vec{r}))$ dépendent de trois variables : P , ℓ et m . P représente l'état de polarisation du champ qui peut être transverse électrique TE ($\vec{r} \cdot \vec{E} = 0$) ou transverse magnétique TM ($\vec{r} \cdot \vec{B} = 0$). Le nombre angulaire ℓ (entier positif) représente l'indice de l'harmonique sphérique $Y_\ell^m(\theta, \varphi)$ qui définit la distribution angulaire du champ. Cette harmonique sphérique est une fonction propre du carré de l'opérateur moment orbital L [Fig. 3.1 b)] ($L^2 Y_\ell^m = \hbar^2 \ell(\ell + 1) Y_\ell^m$). L'indice m est appelé nombre azimutal, il s'agit de la projection du moment orbital sur l'axe

z ($L_z Y_\ell^m = \hbar m Y_\ell^m$), il prend $2\ell + 1$ valeurs comprises entre $-\ell$ et ℓ . Nous nous contenterons ici de donner la structure de l'onde solution en polarisation TE [90] :

$$\begin{cases} \vec{E}_{\ell m}^{\text{TE}}(\vec{r}) = E_0 \frac{f_\ell(r)}{k_0 r} \vec{X}_\ell^m(\theta, \varphi), \\ \vec{B}_{\ell m}^{\text{TE}}(\vec{r}) = \frac{E_0}{ic} \left[\frac{f'_\ell(r)}{k_0^2 r} \vec{Y}_\ell^m(\theta, \varphi) + \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{f_\ell(r)}{k_0^2 r^2} \vec{Z}_\ell^m(\theta, \varphi) \right], \end{cases} \quad (3.6)$$

et en polarisation TM :

$$\begin{cases} \vec{E}_{\ell m}^{\text{TM}}(\vec{r}) = \frac{E_0}{N^2} \left[\frac{f'_\ell(r)}{k_0^2 r} \vec{Y}_\ell^m(\theta, \varphi) + \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{f_\ell(r)}{k_0^2 r^2} \vec{Z}_\ell^m(\theta, \varphi) \right], \\ \vec{B}_{\ell m}^{\text{TM}}(\vec{r}) = -\frac{iE_0}{c} \frac{f_\ell(r)}{k_0 r} \vec{X}_\ell^m(\theta, \varphi), \end{cases} \quad (3.7)$$

où $\vec{X}_\ell^m, \vec{Y}_\ell^m$ et \vec{Z}_ℓ^m sont les harmoniques sphériques vectorielles. Elles sont déduites de l'harmonique sphérique scalaire Y_ℓ^m par les relations :

$$\begin{cases} \vec{X}_\ell^m = \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \vec{\nabla} Y_\ell^m(\theta, \varphi) \wedge \vec{r} \\ \vec{Y}_\ell^m = \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} r \vec{\nabla} Y_\ell^m(\theta, \varphi) \\ \vec{Z}_\ell^m = Y_\ell^m(\theta, \varphi) \hat{r} \end{cases} \quad (3.8)$$

Distribution radiale du champ

Nous allons maintenant nous intéresser plus particulièrement à la distribution radiale du champs. La fonction $f_\ell(r)$ est la solution de l'équation radiale :

$$f_\ell''(r) + \left[N^2(r) k_0^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] f_\ell(r) = 0. \quad (3.9)$$

qui s'exprime à l'aide des fonctions de Riccati :

$$f_\ell(r) = \begin{cases} \psi_\ell(Nk_0 r) & \text{pour } r \leq a \\ \alpha \psi_\ell(k_0 r) + \beta \chi_\ell(k_0 r) & \text{pour } r > a \end{cases} \quad (3.10)$$

avec $(\alpha, \beta) \in \mathbb{C}^2$ et en définissant ces fonctions à partir des fonctions de Bessel cylindriques J_q et de Neumann N_q par :

$$\begin{cases} \psi_\ell(\rho) = \sqrt{\frac{\pi\rho}{2}} J_{\ell+\frac{1}{2}}(\rho) \\ \chi_\ell(\rho) = \sqrt{\frac{\pi\rho}{2}} N_{\ell+\frac{1}{2}}(\rho) \end{cases} \quad (3.11)$$

On peut constater que l'équation radiale (3.9) est analogue à l'équation de Schrödinger décrivant le mouvement d'une particule $E = k_0^2$ dans un pseudo-potentiel en cuvette V_{eff} dont la profondeur dépend de l'énergie E :

$$-f_\ell''(r) + V_{\text{eff}}(r)f_\ell(r) = Ef_\ell(r), \quad (3.12)$$

avec $E = k_0^2$ et

$$V_{\text{eff}}(r) = k_0^2 [1 - N^2(r)] + \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}. \quad (3.13)$$

Ce pseudo-potentiel prend en compte la discontinuité de l'indice de réfraction à la surface de la sphère et l'effet centrifuge dû au moment angulaire du champ dans la sphère. Cette approche introduite en 1992 par Nussenzveig [91] permet de décrire les propriétés radiales des modes de galerie en les assimilant à des états quasi-liés du rayonnement.

Afin d'illustrer la structure d'un mode de galerie, prenons l'exemple d'une sphère d'indice $N = 1,45$ et de diamètre $a = 10 \mu\text{m}$. Le nombre d'extrema du champ dans la direction radiale à l'intérieur de la sphère s'exprime par le nombre $n = 1, 2, \dots$, appelé ordre radial du mode. Ce dernier traduit le degré de pénétration du champ dans la microsphère. Pour $\ell = 100$, nous avons représenté sur la figure 3.3 les potentiels effectifs ainsi que leur fonction radiale associée pour $n = 1$ et $n = 7$ dans le cas d'un mode TE. L'axe des ordonnées est normalisé par rapport à l'énergie du mode $n = 1$. Les points r_1 et r_2 sont respectivement les caustiques interne et externe, ils sont solutions de l'équation $V_{\text{eff}} = E$. On observe que pour :

- $r < r_1$: la barrière de potentielle est infinie, le champ est évanescent.
- $r_1 < r < a$: le potentiel présente une "poche" dans laquelle la particule peut se trouver piégée, le champ est radiatif.

- $a < r < r_2$: une deuxième barrière de potentielle est présente du fait de la discontinuité d'indice, le champ est évanescent.
- $r > r_2$: le champ redevient radiatif.

A l'extérieur de la sphère le champ présente donc une partie évanescente dont l'extension est d'autant plus importante que la valeur de n est petite. Mais on observe également une partie radiative (pour $r > r_2$) dont la contribution augmente avec la valeur de n . Ceci s'explique par une diminution de la hauteur et de la largeur de la barrière de potentielle quand n augmente, ce qui induit des pertes par réflexion totale frustrée (ce qui correspond à des pertes par effet tunnel optique pour une particule). Cette partie du champ correspond à des pertes radiatives (pertes par diffraction), un mode de galerie ne peut donc pas être considéré comme un mode guidé, il s'agit d'un mode à fuite.

Cependant, les pertes radiatives sont très faibles pour de petites valeurs de n , ces modes peuvent donc présenter des durées de vie très grandes comme nous l'établirons par la suite.

La figure 3.4 représente le vecteur de Poynting pour différentes valeurs de n et m . On observe que n et $\ell - |m| + 1$ correspondent respectivement aux nombres d'extrema du profil radial et du profil angulaire. On remarque aussi que les modes associés à des faibles valeurs n et $\ell - |m|$ sont les plus confinés, ce qui leur procure une très forte densité spatiale de puissance. Cela peut être intéressant pour des applications en optique non-linéaire par exemple.

3.1.3 Positions approximatives des résonances

Nous avons vu précédemment que la fréquence d'un mode résonant devait vérifier la relation 3.1 : $x \approx \ell/N$. Cette équation n'est qu'une première approximation, elle ne prend pas en compte la polarisation des champs et la structure radiale des modes.

Pour qu'il y ait résonance il est nécessaire d'avoir un raccordement entre les champs solutions à l'intérieur et à l'extérieur de la sphère. A partir des équations

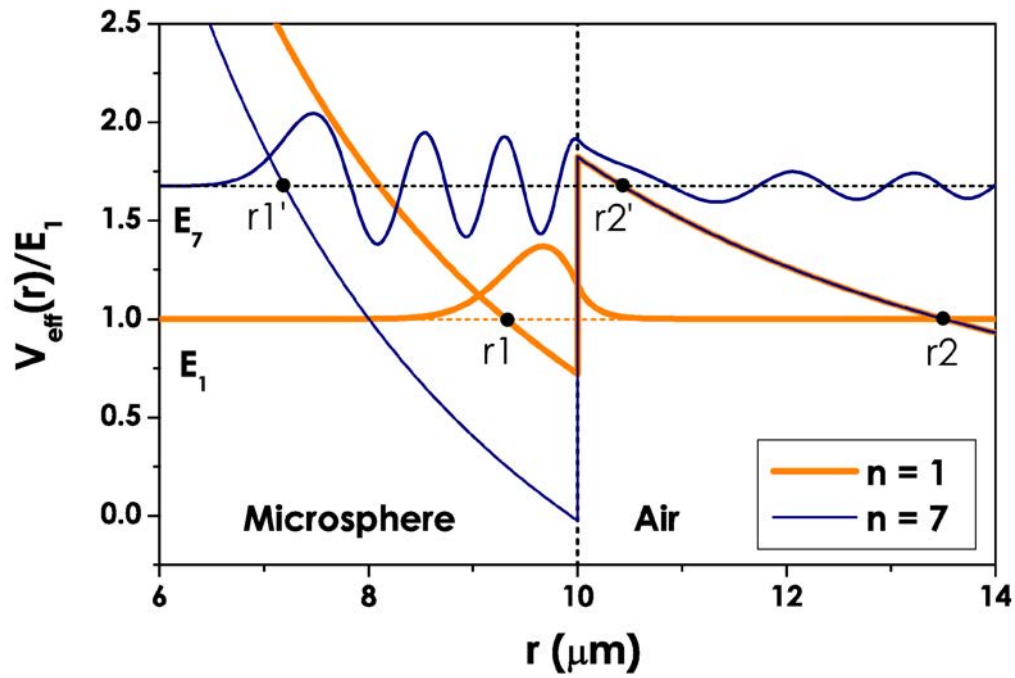


FIGURE 3.3 – Représentation des potentiels effectifs et de leur fonction radiale associée pour $n = 1$ et $n = 7$ dans le cas d'un mode TE ($\ell = 100$) se propageant dans une microsphère de rayon $a = 10 \mu\text{m}$ et d'indice $N = 1,45$.

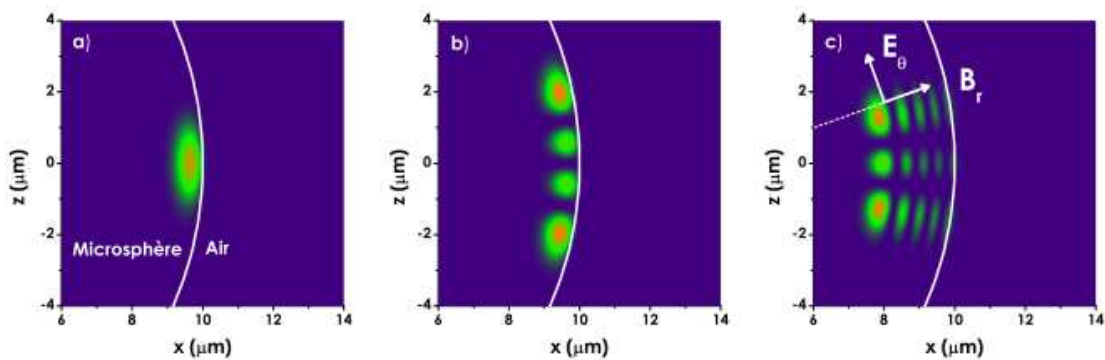


FIGURE 3.4 – Représentation du vecteur de Poynting dans le cas d'une sphère d'indice $N = 1,45$ et de rayon $a = 10 \mu\text{m}$ pour $\ell = 100$ en polarisation TE a) $n = 1$ et $|m| = \ell$ b) $n = 1$ et $|m| = \ell - 3$ c) $n = 5$ et $|m| = \ell - 2$.

(3.10) nous pouvons écrire les conditions de continuité des composantes tangentielles des champs :

$$\begin{cases} \psi_\ell(Nk_0a) = \alpha\psi_\ell(k_0a) + \beta\chi_\ell(k_0a) \\ P\psi'_\ell(Nk_0a) = \alpha\psi'_\ell(k_0a) + \beta\chi'_\ell(k_0a) \end{cases} \quad (3.14)$$

où $P = N$ pour les modes TE et $P = 1/N$ pour les modes TM .

Compte tenu des très faibles pertes par diffraction dues à la courbure (voir 3.1.4 - pertes par diffraction), afin de trouver les positions des résonances nous supposons que pour ces fréquences il n'existe pas de champ sortant (c'est à dire $\alpha = 0$), ce qui revient à considérer la barrière de potentiel comme infinie. On peut voir sur la figure 3.3 que cette approximation est correcte pour les faibles valeurs de n (autrement dit les états les plus confinés), en effet ces modes ont des énergies situées en fond de puits et présentent donc très peu de pertes radiatives.

Compte tenu de cette approximation, la condition de résonance en fonction du paramètre de taille $x = 2\pi a/\lambda$ peut s'écrire :

$$P \frac{\psi'_\ell(Nx)}{\psi_\ell(Nx)} = \frac{\chi'_\ell(x)}{\chi_\ell(x)}. \quad (3.15)$$

Le spectre des modes de galerie est formé de l'ensemble des valeurs de x solutions de cette équation. Cependant pour une valeur de ℓ il existe plusieurs paramètres x solutions, il est donc nécessaire d'introduire un indice supplémentaire permettant de distinguer toutes ces solutions. Cet indice est l'ordre radial n que nous avons défini précédemment comme le nombre d'extrema du champ dans la direction radiale à l'intérieur de la sphère.

Le calcul exact des racines de cette équation ne peut être effectué que de manière numérique, cependant pour peu que le diamètre du résonateur soit grand devant la longueur d'onde, des développements asymptotiques permettent d'écrire la condition de résonance sous une forme simplifiée [92] :

$$Nx_{n,\ell}^P = \ell + \frac{1}{2} - \alpha_n \left(\frac{\ell + 1/2}{2} \right)^{1/3} - \frac{P}{\sqrt{N^2 - 1}} + \dots \quad (3.16)$$

dans laquelle α_n sont les racines de la fonction d’Airy $\text{Ai}(-z)$ [93] que l’on peut approximer par :

$$\alpha_n = - \left[\frac{3\pi}{2} \left(n - \frac{1}{4} \right) \right]^{2/3}. \quad (3.17)$$

L’équation 3.16 donne la position des résonances associées à un mode de galerie d’indices (n, ℓ, m) . Les paramètres qui influent sur ces positions sont donc les indices n et ℓ mais aussi le rayon de la sphère (car $x = 2\pi a/\lambda$) et l’indice du matériau N . Tout changement d’indice par variation thermique par exemple provoquera donc un déplacement des résonances. On peut remarquer que la condition de résonance ne dépend pas du nombre azimutal m . Ainsi à ℓ donné, les $2\ell+1$ valeurs sont dégénérées en fréquence. Cependant en pratique les résonateurs ne sont pas parfaitement sphériques et possèdent une certaine ellipticité, ce qui lève cette dégénérescence.

Écarts fréquentiels entre les modes de galerie

En notant que à polarisation donnée pour un mode de galerie repéré par les indices (n, ℓ, m) la fréquence de résonance $\nu_{n,\ell}^P = \frac{cx_{n,\ell}^P}{2\pi a}$; il est possible de calculer les écarts fréquentiels entre les différents modes.

- Pour une valeur de n fixée, (et ℓ grand, dans notre cas ℓ est toujours supérieur à 150) l’écart spectral entre un mode d’ordre ℓ et le mode suivant $\ell + 1$ est donné (à polarisation fixée) par :

$$\Delta \nu_{n,\ell}^{\Delta\ell=1} = \nu_{n,\ell+1}^P - \nu_{n,\ell}^P \approx \frac{c}{2\pi Na} \quad (3.18)$$

On retrouve bien l’expression du pseudo-ISL déterminé par l’approximation géométrique.

- Pour deux modes de polarisations différentes (à n et ℓ fixés) :

$$\Delta \nu_{TE,TM} = \nu_{n,\ell}^{TE} - \nu_{n,\ell}^{TM} = \frac{c}{2\pi Na} \frac{\sqrt{N^2 - 1}}{N} \quad (3.19)$$

– Pour deux modes tels que $\Delta n = 1$ (pour un ℓ et une polarisation donnée) :

$$\Delta \nu_{n,\ell}^{\Delta n=1} = \frac{c}{2\pi Na} \left(\frac{\ell + 1/2}{2} \right)^{1/3} (\alpha_{n+1} - \alpha_n) \quad (3.20)$$

Influence d'une légère ellipticité

D'un point de vue expérimental, les résonateurs fabriqués ne sont jamais des sphères parfaites. On peut les considérer comme des sphéroïdes dont l'ellipticité vaut $e = (a_p - a_e)/a$ avec a_e et a_p qui sont respectivement les rayons polaire et équatorial.

Si l'on reprend l'analyse corpusculaire, on observe sur la figure 3.5 issue de [90] que le moment angulaire \vec{L} va effectuer un mouvement de précession. Pour chaque angle α et donc chaque valeur de m le trajet optique sur un tour sera différent, la fréquence de résonance le sera donc aussi.

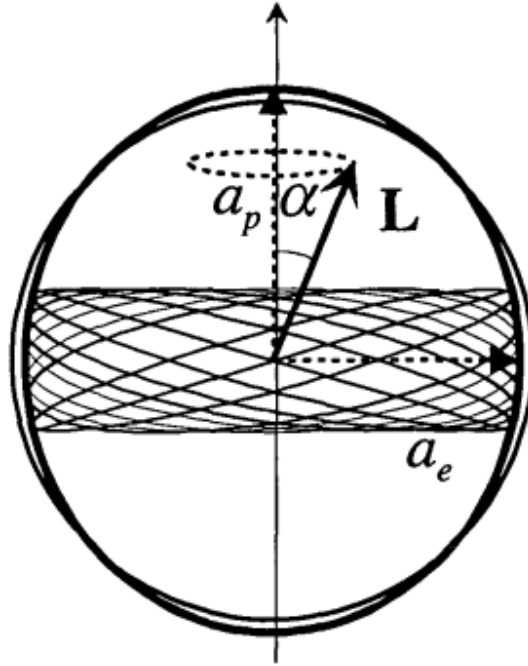


FIGURE 3.5 – Déformation ellipsoïdale d'une sphère et mouvement de précession. Extraite de [90]

Pour des indices n et ℓ donnés, si l'on considère une légère ellipticité et $|m| \approx \ell$, les nouvelles positions des résonances sont [56] :

$$Nx_{n,\ell,m}^P \approx Nx_{\ell,n}^P \times \left[1 + \frac{e}{3} \left(1 - 3 \frac{\ell - |m|}{\ell} \right) \right]. \quad (3.21)$$

L'écart en fréquence entre un mode d'ordre m et le mode suivant est donné par :

$$\Delta v_{n,\ell,m}^{\Delta m=1} \approx e \times ISL \quad (3.22)$$

Exemple de spectre de modes de galerie

La figure 3.6 présente un spectre de fluorescence d'une microsphère en ZBLA-LiP dopé Erbium de 110 μm de diamètre. En comparant ce spectre avec celui de la figure 3.2 on remarque que beaucoup plus de familles de modes sont excitées. En plus des modes ayant un indice ℓ différent et les deux familles de modes TE et TM on observe également des modes qui n'ont pas le même indice n et une levée de dégénérescence due à la faible ellipticité de la sphère. Dans le cas de cette sphère, les différents écarts en longueurs d'onde sont les suivants :

- pseudo-ISL = 4,6 nm,
- $\Delta \lambda_{n,\ell}^{\Delta n=1} = 11,25 \times \text{pseudo-ISL}$,
- $\Delta \lambda_{TE,TM} = 3,45 \text{ nm}$,
- $\Delta v_{n,\ell,m}^{\Delta m=1} \approx e \times \text{pseudo-ISL} \approx 0,1 \text{ nm}$ si l'on considère une ellipticité de 2%.

Seuls les valeurs de l'ISL et du décalage entre modes TE/TM peuvent être directement mesurées sur ce spectre.

3.1.4 Facteur de qualité

Un résonateur optique parfait emmagasinerait la lumière pendant un temps infini. Cependant, du fait de plusieurs mécanismes de pertes, l'énergie stockée dans un résonateur décroît pendant un temps $\tau_{cav} = \tau/2$ appelé temps de vie des photons dans la cavité. τ_{cav} correspond au temps au bout duquel une fraction $1-e^{-1}$ (= 0,632) des photons se sont échappés du mode de galerie.

Afin de caractériser la capacité d'un résonateur à stocker l'énergie pendant un temps τ_{cav} , il est courant d'introduire le paramètre Q appelé facteur de qualité de la résonance qui est défini comme :

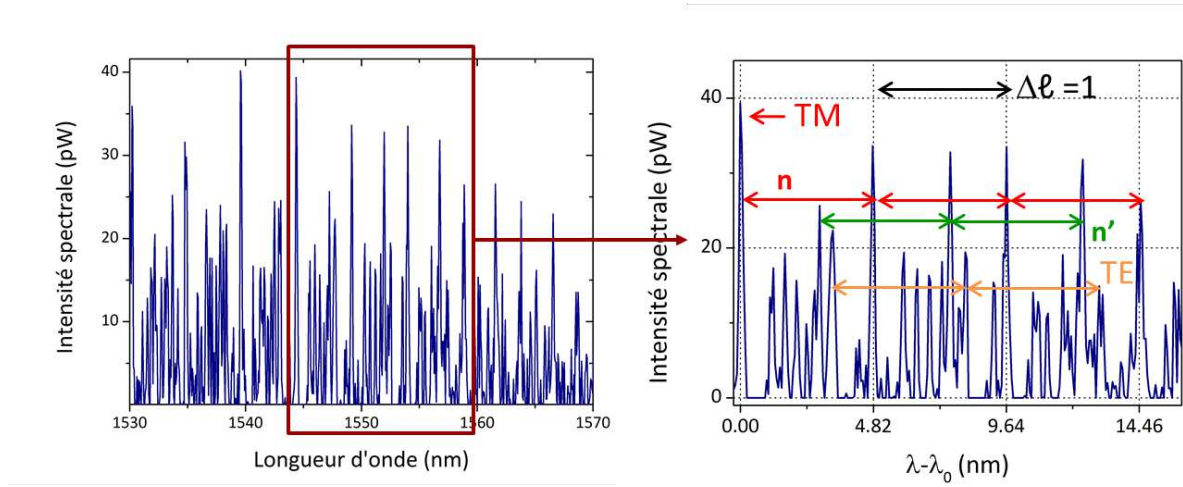


FIGURE 3.6 – Spectre de fluorescence d'une microsphère en ZBLALiP dopé Erbium de 110 μm de diamètre.

$$Q = 2\pi \frac{\text{Energie moyenne stockée dans un mode}}{\text{Energie dissipée sur une période d'oscillation de ce mode}} \quad (3.23)$$

Nous avons déjà montré au chapitre 1 qu'il peut aussi s'écrire :

$$Q = \frac{\nu}{\delta\nu} = 2\pi\nu\tau_{cav}, \quad (3.24)$$

si nous considérons un mode de fréquence d'oscillation ν avec $\delta\nu$ la largeur à mi-hauteur de la résonance.

On rappelle que les pertes peuvent être séparées en deux familles distinctes appelées pertes intrinsèques et extrinsèques au résonateur. Ces pertes sont caractérisées respectivement par les facteurs de qualité Q_0 et Q_e tels que :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e} \quad (3.25)$$

Si l'on considère un résonateur à mode de galerie isolé (non couplé), nous pouvons identifier quatre contributions différentes qui limitent le facteur de qualité intrinsèque noté Q_0 :

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_{mat}} + \frac{1}{Q_{diff}} + \frac{1}{Q_{surf}} + \frac{1}{Q_{cont}}. \quad (3.26)$$

Nous allons expliciter la signification des différents termes de cette équation en prenant l'exemple d'une microsphère en verre de silice. En effet, il existe une littérature abondante sur ce matériau qui peut être considérée comme un cas d'école. Le cas de nos sphères en ZBLALiP sera étudié au chapitre 6.

Pertes intrinsèques au matériau

Le premier terme Q_{mat} quantifie les pertes par absorption dans le matériau et les pertes dues à la diffusion Rayleigh provoquée par les inhomogénéités de la matrice hôte constituant le micro-résonateur. Ces inhomogénéités proviennent de faibles fluctuations de densité ou de défauts à l'intérieur du résonateur. Les pertes intrinsèques au matériau sont obtenues en mesurant l'atténuation α qui s'exprime en dB/km et Q_{mat} peut être approximé par :

$$Q_{mat} \approx \frac{4,3 \times 10^3}{\alpha} \frac{2\pi N}{\lambda} \text{ avec } \alpha \text{ en dB/km} \quad (3.27)$$

ou encore

$$Q_{mat} \approx \frac{2\pi N}{\alpha \lambda} \text{ avec } \alpha \text{ en } m^{-1} \quad (3.28)$$

Pour un verre de silice, l'atténuation est minimale pour $\lambda = 1,55 \mu m$ et vaut $\alpha = 0,17 \text{ dB/km}$ ce qui donne $Q_{mat} = 1,5 \times 10^{11}$.

Pertes par diffraction

Q_{diff} quantifie les pertes radiatives, et correspond à l'énergie perdue à travers la barrière de potentiel. En effet, comme il a été vu précédemment, les modes de galerie ne sont pas complètement guidés à la surface de la sphère, une fraction de l'énergie qu'ils transportent peut donc s'échapper. En utilisant l'approximation semi-classique de Wentzel Kramers Brillouin (WKB) pour les solutions de l'équation radiale nous obtenons :

$$Q_{diff} \approx x e^{2(\ell+1/2)g(\frac{x}{\ell+1/2})}, \quad (3.29)$$

avec $g(y) = -\sqrt{1-y^2} + \operatorname{argcosh}(1/y)$ et x le paramètre de taille. Pour ℓ grand, et en ne considérant que les ordres radiaux faibles (dans ce cas $x/\ell \approx 1/N$) g peut être remplacée par sa tangente, ce qui mène à l'expression :

$$Q_{diff} \approx \frac{\ell}{N} e^{2\ell g(\frac{1}{N}) - 2\sqrt{N^2-1} \frac{Nx-\ell}{N}}. \quad (3.30)$$

Puis en utilisant l'équation (3.16) donnant la position des résonances, on obtient une expression dépendant de l'ordre radial n et de la polarisation (TE , TM) :

$$Q_{diff} \propto e^{-2\sqrt{N^2-1}(\frac{\ell+1/2}{2})^{1/3} \alpha_n \frac{2P}{N}}. \quad (3.31)$$

Cette expression montre que la valeur de Q_{diff} diminue (autrement dit les pertes radiatives augmentent) quand n augmente. Cela est bien en accord avec ce que l'on a vu précédemment en étudiant les solutions de la fonction radiale (figure 3.3). On peut aussi noter que pour un mode donné, le facteur de qualité associé à un mode TM ($P = 1/N$) est légèrement plus faible que celui d'un mode TE ($P = N$). Prenons comme exemple une sphère de rayon $a = 50 \mu\text{m}$ d'indice $N = 1,45$ pour une longueur d'onde $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$ ($\ell \approx 294$) et un mode TE . Pour $n = 1$ et $n = 7$, on obtient respectivement $Q_{diff} = 2 \times 10^{44}$ et $Q_{diff} = 4 \times 10^{18}$. D'une manière plus générale, si on considère des résonateurs ayant un diamètre D tel que $D > 15 \times \lambda$ alors $Q_{diff} > 10^{11}$.

En conclusion, pour de faibles valeurs de n et en considérant les tailles de nos résonateurs, les pertes par diffraction peuvent donc être considérées comme négligeables devant les pertes par absorption. Ces pertes ne sont significatives que pour de très petites sphères ($D < 25 \mu\text{m}$ à $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$).

Pertes dues à l'inhomogénéité de la surface

Q_{surf} représente les pertes dues à la rugosité de surface. En effet, la surface de nos microsphères n'étant pas parfaitement lisse, il existe des pertes par diffusion liées à l'état de surface. Plusieurs expressions de ce facteur de qualité existent dans la littérature.

L'expression de Q_{surf} que nous utilisons est obtenue en assimilant la granularité de la microsphère à des fluctuations de la constante diélectrique et vaut [94] :

$$Q_{surf} = \frac{3\lambda^3 a}{8\pi^2 B^2 \sigma^2} \ell^{1/3}, \quad (3.32)$$

avec σ la hauteur moyenne des diffuseurs et B leur longueur de corrélation (fig 3.7). Les valeurs de ces coefficients sont données dans la littérature pour la silice, $\sigma = 0,2$ nm et $B = 5$ nm [95].

On peut noter que ce facteur de qualité varie très fortement avec la longueur d'onde, mais très peu avec la taille du résonateur ($\ell \approx 2\pi Na/\lambda$). En considérant une microsphère en silice de rayon $a = 50$ μm pour $\lambda = 1,55$ μm ($\ell \approx 294$) on obtient $Q_{surf} = 1,45 \times 10^{12}$.

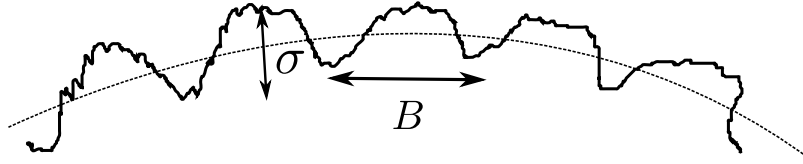


FIGURE 3.7 – Représentation schématique de la rugosité de surface d'une microsphère. σ correspond à la hauteur moyenne des diffuseurs et B est la longueur de corrélation.

Pertes par contamination de la surface

Le dernier terme, Q_{cont} , fait référence à un autre mécanisme de pertes lié à la surface. Ces pertes optiques sont dues à l'accrochage d'une couche de contaminant à la surface du résonateur. Ces contaminants peuvent être, par exemple, de la poussière ou une fine couche d'eau. Si on reprend l'exemple d'une sphère en silice, il a été reporté que le facteur de qualité était limité par l'absorption d'ions OH^- ou de molécules d'eau répartis sur une fine couche à la surface des résonateurs [1,25]. De ce fait, sans prendre de précautions particulières (atmosphère sous vide ou gaz rare) le facteur de qualité des sphères en silice fabriquées dans notre laboratoire est limité à quelques 10^8 et chute rapidement à quelques 10^7 . C'est pour cette raison que dans le but d'obtenir des temps de stockage plus longs, des résonateurs sont fabriqués à partir de cristaux comme le CaF_2 ou le MgF_2 dont l'absorption est très faible dans l'infrarouge [26]. Des techniques de polissage et de recuit ont permis d'atteindre un facteur Q de 3×10^{11} pour une longueur d'onde autour de $1,55$ μm [27].

Pertes extrinsèques

En pratique le résonateur n'est pas isolé, il est nécessaire d'y insérer et extraire du champ électromagnétique par l'intermédiaire d'un couplage par ondes évanescentes. Aussi en plus des pertes précédentes il faut tenir compte de pertes dues à la présence d'un système de couplage. Le dispositif de couplage sera étudié par la suite et nous verrons notamment que ces pertes dépendent de la distance entre le coupleur et le résonateur, et donc de la force du couplage. En effet, si le couplage avec l'extérieur est faible ($\tau_e \gg \tau_0$ ce qui revient à $Q_e \gg Q_0$) alors ce terme aura peu d'impact sur la valeur du facteur de qualité mesuré. Cependant son importance augmentera avec la force du couplage.

Mesures expérimentales de facteurs de qualité

Le tableau 3.1.4 regroupe quelques exemples de facteurs de qualité obtenus expérimentalement pour différents types de résonateurs à modes de galerie à l'état solide et différents matériaux. Toutes ces mesures ont été réalisées de telle sorte que ce ne sont pas les pertes dues au système de couplage qui limitent le facteur de qualité global. On peut noter que les facteurs de qualité des résonateurs de taille micrométrique ne dépassent pas 10^9 . Afin d'atteindre des facteurs de qualité de l'ordre de 10^{11} dans l'infrarouge, des résonateurs de taille millimétrique en cristaux de fluorures très transparents et polis très soigneusement sont utilisés.

3.1.5 Finesse

La finesse d'un résonateur se rapporte au nombre de passages du champ dans la cavité et est défini comme le rapport entre l'intervalle spectral libre (ISL) et la largeur à mi-hauteur d'une résonance $\Delta\nu$:

$$\mathcal{F} = \frac{ISL}{\Delta\nu} = \frac{ISL \cdot Q}{\nu} \quad (3.33)$$

Du fait de leur petite taille (donc grand ISL) et de leur très hauts facteurs de qualité, les microrésonateurs possèdent une très grande finesse. Par exemple, une microsphère de silice de rayon $50 \mu\text{m}$ ($ISL \approx 5 \text{ nm}$) et de facteur de qualité $Q = 10^9$ aura une finesse de $3 \cdot 10^6$. Cette grande finesse permet notamment d'obtenir

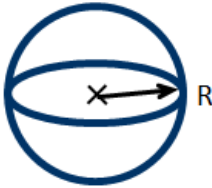
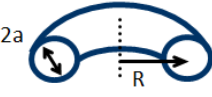
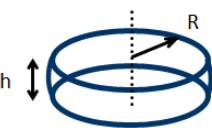
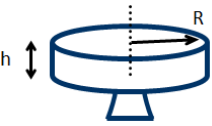
	Forme	Matériaux (Fabrication)	Dimensions	Facteur Q (Couplage)
	Sphère	Silice Chalcogénures (Fusion)	$R = 10 \text{ à } 200 \mu\text{m}$	10^9 [96] 10^6 (Prisme ou fibre effilée)
	Tore	Silice (Fusion)	$R = 10 \text{ à } 200 \mu\text{m}$ $2a = 5 \text{ à } 10 \mu\text{m}$	10^8 [23] (Fibre effilée)
	Sphéroïde tronqué	LiNbO_3 CaF_2 (Polissage)	$R \geq 1 \text{ mm}$ $h \geq 100 \mu\text{m}$	10^8 [97] $> 3 \cdot 10^{11}$ [27] (Prisme)
	Disque	Silice sur Silicium (Gravure)	$R = 0,1 \text{ à } 4 \text{ mm}$ $h = 2 \text{ à } 10 \mu\text{m}$	10^9 [24] (Fibre effilée ou guide)

TABLEAU 3.1 – Facteurs de qualité obtenus expérimentalement pour divers résonateurs à modes de galerie. Les méthodes de fabrication et de couplage des résonateurs sont précisées.

une très forte densité de puissance intracavité. Dans le cas des OCP nous verrons qu'avoir une grande finesse est important afin que la lumière fasse un grand nombre de passages dans la cavité.

3.1.6 Volume de mode

Pour de nombreuses applications (notamment en optique non-linéaire) le confinement spatial de la lumière est aussi important que son confinement temporel. Ce confinement est quantifié par le volume de mode V_{mode} . Il existe différentes définitions du volume de mode qui dépendent du problème physique étudié. La connaissance d'une solution analytique de la distribution du champ électrique permet de les calculer.

La définition la plus commune du volume de mode fait intervenir la distribution spatiale du champ à partir de l'expression :

$$V_{mode} = \frac{\iiint_{\mathbb{R}^3} w(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}}{\max[w(\mathbf{r})]}, \quad (3.34)$$

avec w la densité volumique d'énergie électromagnétique du mode optique.

Une valeur approchée de ce volume peut être obtenue pour les modes les plus confinés ($n = 1$ et $\ell - |m| = 0$). Pour cela le mode est assimilé à un tore de lumière et le calcul des largeurs à mi-hauteur des distributions radiale et angulaire (quasi-gaussiennes) de l'intensité du champ donne :

$$V_{mode} \approx 2\pi^2 \left(\frac{\lambda}{2\pi N} \right)^3 0,809 \ell^{11/6}. \quad (3.35)$$

Pour une sphère d'indice $N = 1,5$ et de $100 \mu m$ de diamètre (soit une valeur de $\ell = 304$), l'application numérique à $\lambda = 1,55 \mu m$, conduit à un volume modal de $2530 \mu m^3$.

Cas des processus non-linéaires

Nous nous intéressons maintenant au volume de mode relatif à l'étude des processus non-linéaires (Effets Kerr, Raman, ...) que l'on appelle volume de mode effectif. En effet, en présence d'effets non-linéaires la définition du volume de mode diffère de la définition précédente.

Le volume de mode effectif occupé par le champ électromagnétique d'un mode de galerie peut-être défini comme suit :

$$V_{eff} = \frac{(\iiint_{\mathbb{R}^3} |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r})^2}{\iiint_V |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^4 d^3\mathbf{r}}, \quad (3.36)$$

avec $\mathbf{E}(r, \theta, \phi)$ qui représente la distribution du champ électrique du mode et V le volume de la microsphère. A partir de cette définition il est possible d'obtenir une valeur approchée de ce volume pour les modes d'ordre radial $n = 1$ [98] :

$$V_{eff} \approx 3,4\pi^{3/2} \left(\frac{\lambda}{2\pi N} \right)^3 \ell^{11/6} \sqrt{2(\ell - |m|) + 1} \quad (3.37)$$

Pour une sphère d'indice $N = 1,5$ et de $100 \mu m$ de diamètre (soit une valeur de $\ell = 304$), l'application numérique à $\lambda = 1,55 \mu m$, conduit à un volume modal de :

- $3000 \mu m^3$ pour les modes les plus confinés ($\ell - |m| = 0$)
- $10000 \mu m^3$ pour les modes $\ell - |m| = 5$
- $13750 \mu m^3$ pour les modes $\ell - |m| = 10$

L'équation 3.37 peut s'avérer pratique pour obtenir rapidement l'ordre de grandeur du volume d'un mode de galerie pour différentes valeurs de $|m|$.

Commentaire

Les équations donnant les valeurs approchées de V_{mode} et V_{eff} sont simplement données à titre indicatif. En pratique les volumes des modes peuvent être calculés numériquement (en régime linéaire et non-linéaire) en exprimant le champ E en terme de fonctions de Bessel et d'harmoniques sphériques (équations (3.6) et (3.7)). Dans l'article [99] les volumes de mode linéaire et effectif ont été utilisé respectivement pour modéliser des résultats présentant de l'effet Rayleigh et de l'effet Kerr. Le calcul numérique permet de calculer ces volumes pour un ordre radial n quelconque et $m \neq \ell$. Sur la figure 3.8 sont représentés le volume de mode non-linéaire calculé de manière numérique et le volume de mode obtenu à partir de l'équation (3.37) pour différentes valeurs de $\ell - |m|$. On peut observer que les valeurs obtenues à partir de l'équation (3.37) sont du bon ordre de grandeur. La connaissance du volume de mode nous permettra de calculer l'intensité du champ intracavité au chapitre 6.

3.2 Fabrication des microsphères

Un des avantages des microsphères est qu'elles sont assez faciles à fabriquer en laboratoire à partir d'une large variété de matériaux. Afin de fabriquer des sphères à partir de verre fluoré nous utilisons une torche plasma micro-onde. Les sphères

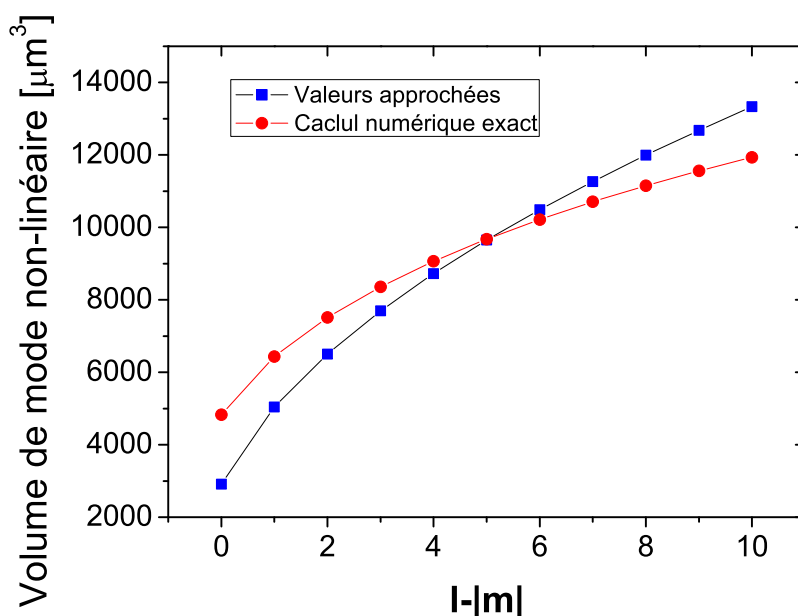


FIGURE 3.8 – Volume de mode non-linéaire exact et approché pour différentes valeurs de $l - m$ pour une sphère d'indice $N = 1,45$, une longueur d'onde $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$, un indice $n = 1$ et $\ell = 282$.

sont obtenues à partir de poudres puis collées sur un support afin d'être insérées dans un montage optique.

3.2.1 Processus de fabrication des microsphères en verre de ZBLA-LiP

3.2.1.1 La torche plasma micro-onde

Un schéma de principe de la torche plasma micro-onde que nous utilisons est présenté sur la figure 3.9. Les micro-ondes sont produites par un générateur puis guidées dans un tronçon de guide d'onde rectangulaire métallique. Un tube à décharge traverse perpendiculairement ce guide, c'est dans celui-ci que va être excitée une onde de surface qui va se propager à partir de ce point le long de la colonne plasma. Cette dernière est constituée d'un tube diélectrique qui contient l'argon qui va être ionisé pour créer le plasma et sera ensuite injecté par la buse ou il sera amorcé par un arc électrique. L'oxygène sert quant à lui à envelopper et guider le plasma.

La flamme produite par ce système peut être contrôlée via trois paramètres qui

sont la puissance délivrée par le générateur micro-ondes et les débits des deux gaz utilisés (argon et oxygène). En jouant sur ces paramètres il est possible de changer la température (entre 800 et plus de 2000 °C) ainsi que l'étendue de la flamme. Cette grande gamme de température nous permet donc de fabriquer nos sphères en ZBLALiP [81] dont la température de fusion est proche de 900°C mais aussi des sphères en silice avec une température avoisinant les 2000 °C.

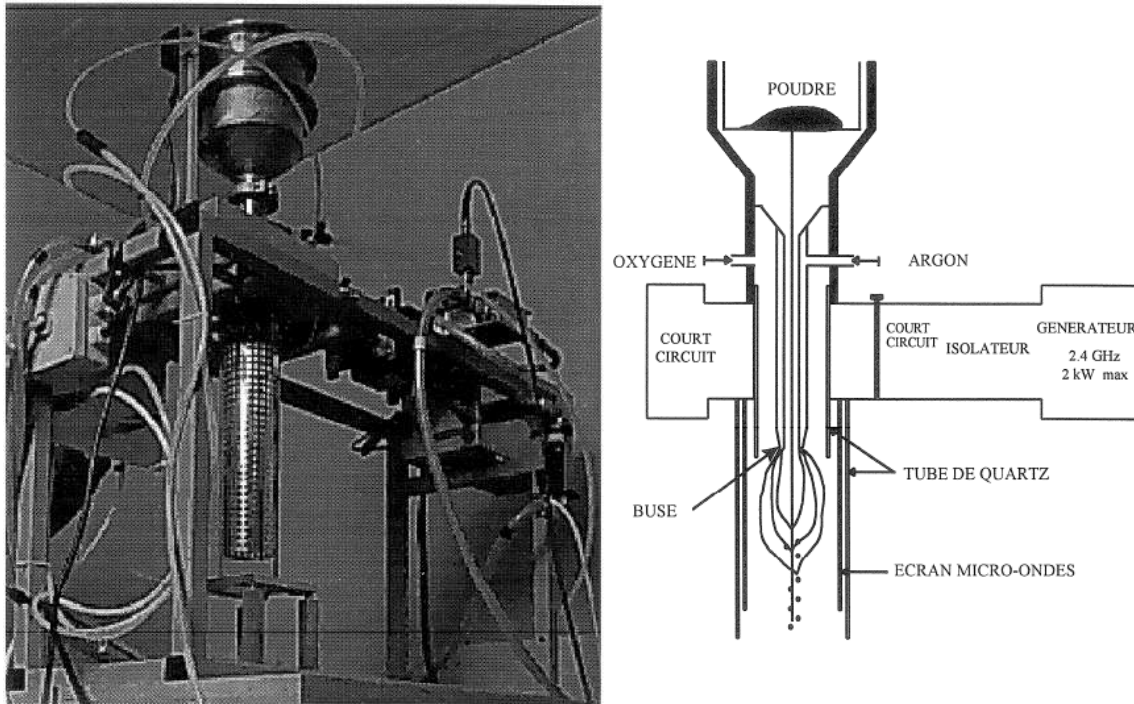


FIGURE 3.9 – Photo et schéma de principe de la torche plasma

3.2.1.2 Le processus de fabrication

Les morceaux de verre de ZBLALiP sont concassés à l'aide d'un pilon dans un mortier. Les poudres obtenues sont ensuite tamisées afin de définir la tailles des sphères que nous allons fabriquer. Nous pouvons obtenir des sphères ayant un diamètre allant de 50 à 200 μm . Une fois tamisées, on laisse tomber les poudres à travers le plasma et dans un cas idéal les forces de tension superficielle appliquées aux morceaux de verre en fusion lui donne naturellement une forme sphérique au cours de sa chute. Après le passage dans la flamme, les sphères refroidissent dans l'air, ce qui permet de figer leur forme et de réaliser la trempe qui permet

de conserver la structure amorphe, elles sont ensuite récupérées dans une boîte de pétri.

3.2.2 Sélection et collage des sphères

Les sphères sont placées sous un microscope afin d'observer leur état de surface ainsi que leur forme et leur diamètre. Du fait des turbulences et des gradients de température dans le plasma toutes les sphères ne vont pas expérimenter les mêmes conditions lors de leur passage dans le plasma. Nous pouvons observer que chaque sphère est différente et que certaines présentent différents défauts tels que la formation de bulles à l'intérieur de certaines sphères, des poussières à la surface, des "sphères" présentant une forte ellipticité ou encore des infondus. Une fois qu'une bonne sphère a été sélectionnée, une micro-pipette reliée à une pompe à vide est utilisée pour venir l'aspirer. Une fois aspirée la sphère peut être déplacée et collée sur un support. Ce support qui est l'extrémité d'une fibre optique préalablement amincie jusqu'à un diamètre de l'ordre de $40\text{ }\mu\text{m}$ va nous permettre de manipuler et insérer la sphère dans un montage optique. Un diamètre de support plus fin pourrait présenter une mauvaise stabilité mécanique qui ferait bouger la sphère. Du fait que l'on s'intéresse aux modes proches de l'équateur, le support ne perturbe pas les modes de galerie. La colle utilisée est une colle polymérisable aux ultraviolets bien adaptée pour coller des matériaux en verre. Les différentes étapes qui permettent de coller la sphère sur son support sont présentées sur la figure 3.10. La sphère qui se trouve au bout de la micro-pipette est approchée de la fibre amincie jusqu'au contact puis la colle est polymérisée. La quantité de colle utilisée est très faible de façon à ce que celle-ci reste localisée autour du point de contact et ne remonte pas sur la sphère par capillarité.

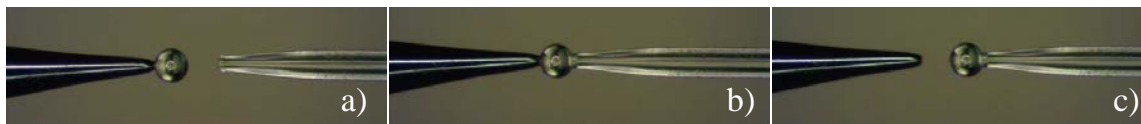


FIGURE 3.10 – Différentes phases de montage d'une sphère sur son support avant manipulation. a) la microsphère est saisie à l'aide d'une micropipette, b) on aligne ensuite la sphère en face d'une fibre amincie afin de la coller à l'extrémité de celle-ci, c) après polymérisation de la colle ultraviolet la micropipette est retirée

Chapitre 4

Systèmes de couplage aux modes de galerie

Sommaire

4.1 Méthodes de couplage	74
4.1.1 Couplage par prisme	74
4.1.2 Couplage par fibre biseautée	76
4.1.3 Couplage par fibre effilée (taper)	76
4.1.4 Couplage par pointe effilée (demi-taper)	79
4.2 Propagation de la lumière dans une fibre effilée	79
4.2.1 Modes se propageant dans une fibre effilée	80
4.2.2 Proportion de la puissance se propageant sous forme évanescente	84
4.3 Fabrication des tapers et des demi-tapers	87
4.3.1 Fabrication de tapers à l'aide d'une flamme	87
4.3.2 Fabrication de tapers et demi-tapers à l'aide d'une soudeuse de fibres optiques	91

Afin de coupler de la lumière dans les modes de galerie les plus confinés ($n \approx 1 - 3$) de nos microsphères, le point le plus critique est d'obtenir un système de couplage efficace, ajustable et robuste.

Comme nous l'avons vu précédemment, la partie radiative des modes de galerie à l'extérieur de la sphère (qui provient du phénomène de diffraction) est extrêmement faible. Le couplage aux modes de galerie par un faisceau en espace libre n'est donc pas efficace. Les seules méthodes qui permettent de coupler efficacement de la lumière dans un résonateur microsphérique sont basées sur l'utilisation de la partie évanescente du mode de galerie située à l'extérieure de la sphère. Ces méthodes nécessitent un bon recouvrement entre le champ évanescent du mode de galerie et celui du dispositif de couplage. Dans un premier temps nous décrirons brièvement les différents types de dispositifs d'insertion/extraction du signal de nos cavités puis nous étudierons la propagation de la lumière dans une fibre effilée et nous verrons leur processus de fabrication.

4.1 Méthodes de couplage

Les techniques de couplage les plus usuelles sont représentées sur la figure 4.1. Elles sont basées sur le couplage à l'aide d'une onde évanescente provenant d'une structure qui peut être un prisme, une fibre biseautée, ou encore une fibre effilée.

4.1.1 Couplage par prisme

Le couplage par **prisme** fut la première méthode utilisée pour le couplage de la lumière dans une microsphère [98, 100, 101]. Un faisceau laser est envoyé dans un prisme d'indice supérieur à celui du matériau constituant le résonateur de telle sorte qu'il subisse une réflexion totale interne à la surface du prisme. Cette réflexion totale frustrée va produire un champ évanescent sur la partie externe du dioptré qui peut ensuite être couplé dans le résonateur. La condition d'accord de phase est obtenue en sélectionnant l'angle d'incidence adéquat. Ce système est très

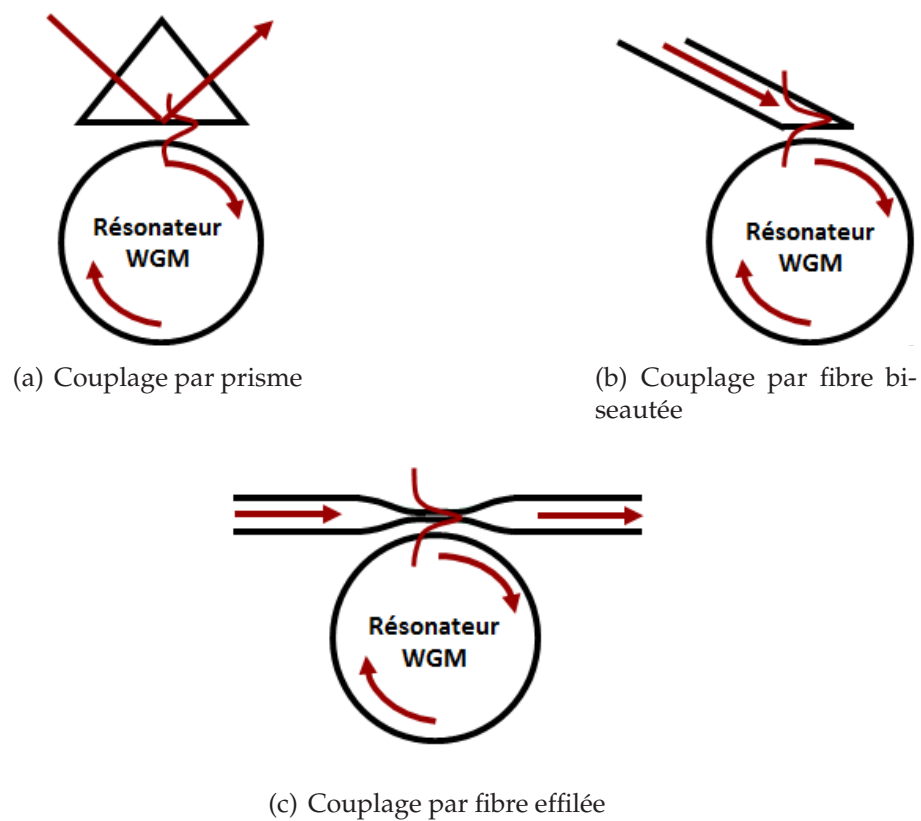


FIGURE 4.1 – Schémas des différentes techniques de couplage par onde évanescente utilisées pour injecter de la lumière dans un résonateur microsphérique.

robuste (couplage stable) et spectralement sélectif, cependant l'alignement du laser à l'entrée du prisme est extrêmement délicat.

4.1.2 Couplage par fibre biseautée

Le couplage par **fibre biseautée** [102] est une version compacte du couplage par prisme. Le principe consiste à venir polir l'extrémité d'une fibre optique afin d'obtenir une réflexion totale à l'interface cœur/air. Ce coupleur présente l'avantage d'être un système fibré, l'injection du laser d'excitation est donc rendue plus simple. Cependant du fait de son indice qui est celui de la fibre optique, il a un usage limité au couplage de résonateur en verre silice.

4.1.3 Couplage par fibre effilée (taper)

Dans le cadre de cette thèse, la technique employée est celle du couplage par **fibre effilée**, couramment appelée "taper" [103–108]. Un taper est une fibre optique (monomode dans notre étude) que l'on a étirée localement dans le but de diminuer son diamètre (cœur + gaine). Lorsque le diamètre atteint quelques micromètres le cœur n'existe plus et l'onde est guidée par l'interface gaine-air. Le principal avantage d'un taper est qu'il permet non seulement d'exciter les modes de la sphère mais aussi d'extraire le signal. De plus les tapers peuvent présenter des pertes très faibles (< 1 dB), une fidélité¹ de couplage qui peut approcher les 100 % [107] et il est possible, pour un même gap (distance entre le taper et le résonateur), d'obtenir l'accord de phase pour plusieurs longueurs d'onde [106, 109].

Ces fibres sont réalisées par fusion étirage, ce qui leurs donnent cette structure biconique représentée sur la figure 4.2. Dans la partie centrale, la partie évanescente du champ peut s'étendre de manière significative dans l'air. En effet, plus le guide se rétrécit et plus le champ est déconfiné, c'est à dire que la proportion du champ situé dans l'air augmente et la constante de propagation du mode fondamental du taper diminue et vaut (pour des tapers ayant un diamètre de l'ordre du

1. La fidélité est le rapport entre le taux de couplage dans le mode visé et le taux de couplage dans tous les autres modes possibles

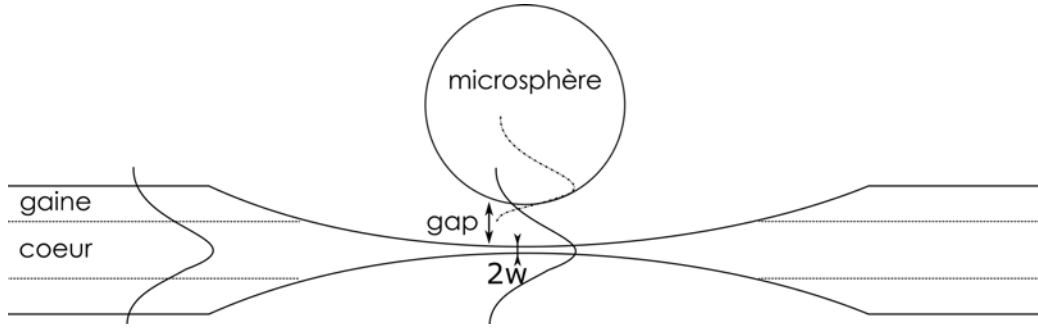


FIGURE 4.2 – Couplage de la lumière dans un microrésonateur par fibre effilée.

micromètre) [104] :

$$\beta^2 = k^2 N^2 - \frac{(2,405)^2}{w^2} \quad (4.1)$$

avec k la constante de propagation dans le vide, N l'indice de réfraction de la fibre optique et w le rayon de la zone étirée appelé "waist". Cette équation donne une valeur approchée des constantes de propagation, les valeurs exactes seront calculées dans la partie 4.2.

Afin d'obtenir un couplage efficace aux modes de galerie les plus confinés, il doit théoriquement y avoir un bon accord entre les constantes de propagation de ces modes et ceux du taper. Pour un mode donné, cela revient à trouver le bon accord entre la taille de la sphère et le diamètre du taper. Si l'on considère les modes les plus confinés près de la surface du résonateur (indice radial n faible) et situés près de l'équateur ($|m| = \ell$) alors la constante de propagation d'un mode (n, ℓ, m) peut s'écrire :

$$\beta_{n\ell m} = \frac{k\ell}{x_{n\ell m}} \quad (4.2)$$

avec $x_{n\ell m}$ le paramètre de taille associé au mode (n, ℓ, m) . Dans l'approximation des modes les plus confinés nous pouvons considérer que $x_{n\ell m} \approx 2\pi a/\lambda$. La valeur de ℓ est ensuite déduite à partir de l'équation 3.16. Connaissant les expressions des constantes de propagation des modes dans la sphère et dans le taper, il est donc possible de trouver, pour une sphère donnée (indice de réfraction et rayon), le diamètre w de la fibre effilée qui permet le bon accord de phase. On

peut observer sur la figure 4.3 les rayons des fibres effilées permettant de coupler efficacement les modes $n = 1$ à 4 pour différentes tailles de sphères.

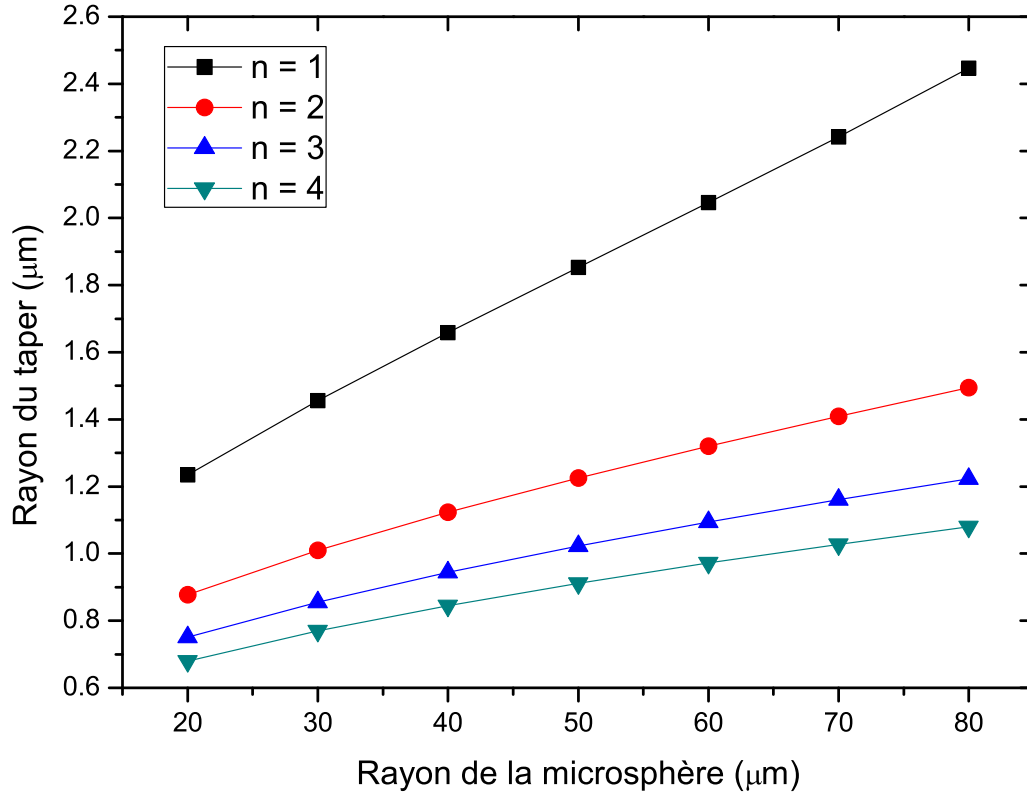


FIGURE 4.3 – Accord de taille entre la fibre effilée et le microrésonateur pour les modes $n = 1$ à 4. Les indices de réfraction du taper et de la sphère sont respectivement $N_{taper} = 1,4682$ (fibre optique monomode de type SMF-28) et $N_{sphère} = 1,49$ (ZBLALiP).

On peut remarquer que plus le résonateur est petit et plus le diamètre du taper doit l'être également. Expérimentalement, un même taper peut cependant être utilisé pour coupler des sphères de tailles différentes ou des modes d'indices n différents, il suffit pour cela de positionner la sphère à plusieurs endroits le long du taper. En effet, du fait de sa structure biconique le diamètre diffère à chaque endroit du taper. Le taux de couplage va dépendre quant à lui de la distance entre le résonateur et la fibre effilée appelée "gap".

La recherche de la meilleure efficacité de couplage via les constantes de propagation n'est cependant pas une méthode exacte. Il a été montré via la théorie

des modes couplés [110] que le couplage optimum aux modes les plus confinés est obtenu pour des rayons de taper jusqu'à 30 % plus faibles que ceux calculés par la méthode de la recherche de l'accord de phase. En effet pour que le couplage soit efficace il est nécessaire d'avoir un bon recouvrement entre les parties évanescentes des champs du taper et de la sphère. Afin de coupler efficacement les modes d'indice $n = 1$ à 4 il faudrait alors des tapers ayant un diamètre compris entre 1,2 et 2,5 μm . Nous verrons par la suite que les tapers que nous fabriquons ont un diamètre de l'ordre du micromètre dans leur partie centrale.

Nous utilisons également les tapers pour coupler de la lumière dans des micro-disques en matériaux de types semi-conducteurs. Bien que dans ce cas l'adaptation des constantes de propagation soit impossible (du fait de la grande différence d'indice entre les matériaux de la fibre et du disque) le couplage fonctionne également. En effet, le fait qu'il n'y ait pas adaptation des constantes de propagation va faire chuter le taux de couplage, cependant ce dernier reste suffisant pour coupler dans les modes galerie du micro-disque de grande finesse.

En étudiant la propagation de la lumière dans les fibres effilées nous montrons que d'autres critères sont à prendre en compte.

4.1.4 Couplage par pointe effilée (demi-taper)

Au cours de nos expériences nous utilisons également des pointes effilées, il s'agit d'une moitié de taper biconique, ces pointes sont donc appelées "demi-taper". Le principe de couplage est exactement le même que pour un taper. Dans notre cas, les pointes effilées sont utilisées pour soit pour insérer ou extraire un signal.

4.2 Propagation de la lumière dans une fibre effilée

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à la propagation de la lumière dans un taper. Nous allons voir quels types de modes s'y propagent et comment se répartie la puissance transportée entre l'intérieur et l'extérieur (partie évanescente

du champ) de la fibre. Considérons un taper en silice ($N = 1,45$ à $\lambda_0 = 1550$ nm) de diamètre d . Le taper peut être assimilé à un cylindre dont le schéma en donnée 4.4. La lumière est guidée par l'interface entre le taper et l'air entourant la fibre. Il est donc possible de faire une analogie avec une fibre à saut d'indice classique en considérant respectivement le taper et l'air comme le cœur et la gaine de la fibre classique. A partir de cette considération les calculs sont identiques à ceux d'une fibre à saut d'indice, à la différence près que nous ne sommes pas dans le cas d'un guidage faible (du fait de la grande différence entre les indices de la silice et de l'air).

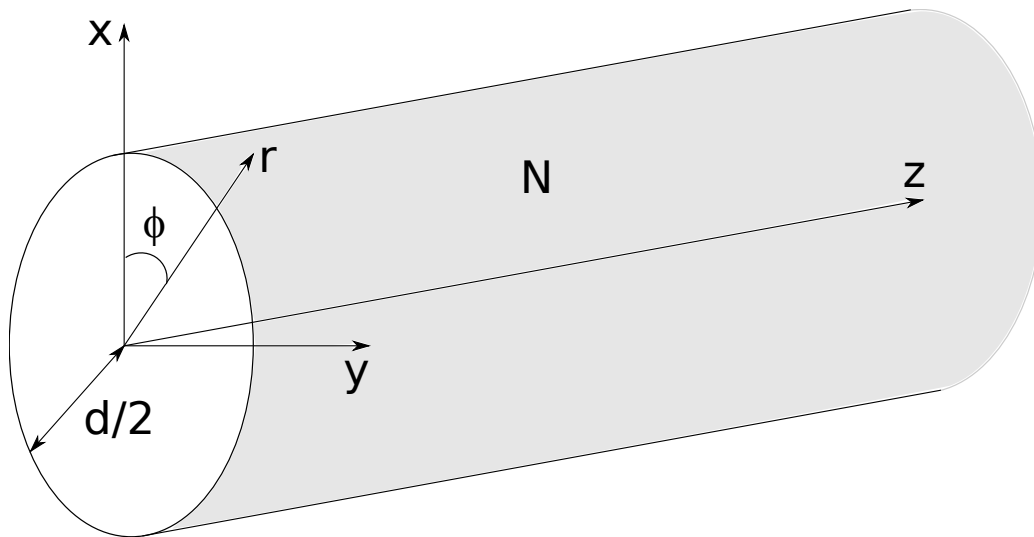


FIGURE 4.4 – Schéma de la section d'un taper de diamètre d et d'indice N .

4.2.1 Modes se propageant dans une fibre effilée

Du fait du guidage fort, les modes du taper vont être des modes dit hybrides. Ce sont des modes qui possèdent une composante longitudinale pour les champs électrique et magnétique. De même que pour les modes de galerie, le phénomène de réflexions totales internes est à l'origine du guidage. Nous devons donc déterminer les champs qui satisfont l'équation de Helmholtz et les conditions aux limites (la continuité à l'interface). Les différentes étapes menant à cette résolution se trouvent dans la référence [111] et plus récemment dans la thèse de Mr. A. Coillet portant sur les microfibres [112].

En résolvant l'équation de Helmholtz en coordonnées cylindriques, on obtient la forme suivante pour le champ E_z (la forme est la même pour H_z) :

$$E_z(\mathbf{r}, \omega) = A(\omega) f(r) e^{\pm im\phi} e^{i\beta z}, \quad (4.3)$$

avec A une constante de normalisation, m un entier et β la constante de propagation. $f(r)$ est la distribution radiale du champ et vérifie l'équation de Bessel :

$$\frac{d^2 f(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{df(r)}{dr} \left[n(r)^2 k_0^2 - \beta^2 - \frac{m^2}{r^2} \right] f(r) = 0, \quad (4.4)$$

où

$$n(r) = \begin{cases} N & \text{pour } |r| < d/2 \\ 1 & \text{pour } |r| > d/2 \end{cases} \quad (4.5)$$

Afin de simplifier les écritures des champs par la suite, introduisons la fréquence normalisée $V = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{d}{2} (N^2 - 1)^{1/2}$, les paramètres modaux $U = \frac{d}{2} (k_0^2 N^2 - \beta^2)^{1/2}$ et $W = \frac{d}{2} (\beta^2 - k_0^2)^{1/2}$ et le paramètre $R = \frac{r}{d/2}$.

Les solutions de l'équation radiale s'écrivent :

$$f(r) = \begin{cases} \alpha_1 J_m(\kappa r) + \alpha_2 N_m(\kappa r) & \text{pour } nk_0 > \beta \\ \alpha_3 I_m(\kappa r) + \alpha_4 K_m(\kappa r) & \text{pour } nk_0 < \beta \end{cases} \quad (4.6)$$

avec les α des constantes réelles, J_m et N_m les fonctions de Bessel, I_m et K_m les fonctions de Bessel modifiées, et $\kappa = \frac{d}{2} |n^2 k_0^2 - \beta^2|^{1/2}$. κ s'exprime donc comme :

$$\kappa = \begin{cases} \frac{d}{2} (N^2 k_0^2 - \beta^2)^{1/2} = U & \text{dans la fibre} \\ \frac{d}{2} (\beta^2 - k_0^2)^{1/2} = W & \text{à l'extérieur} \end{cases} \quad (4.7)$$

Compte tenu du fait que physiquement, la constante de propagation ne peut prendre que des valeurs comprises entre celle de la lumière à l'extérieur du taper k_0 et dans la fibre $k_0 N$, on a donc :

$$f(r) = \begin{cases} \alpha_1 J_m(UR) + \alpha_2 N_m(UR) & \text{pour } R < 1 \\ \alpha_3 I_m(WR) + \alpha_4 K_m(WR) & \text{pour } R > 1 \end{cases} \quad (4.8)$$

Sachant que la fonction de Bessel N_m diverge quand R tend vers 0 et I_m quand R tend vers l'infini, la fonction $f(r)$ s'exprime finalement comme :

$$f(r) = \begin{cases} \alpha_1 J_m(UR) & \text{pour } R < 1 \\ \alpha_4 K_m(WR) & \text{pour } R > 1 \end{cases} \quad (4.9)$$

Une fois l'expression du champ E_z obtenue (les calculs sont identiques pour H_z), nous pouvons déduire celles de E_r , E_ϕ , H_r et H_ϕ à partir des équations de Maxwell.

Les conditions de continuité des champs solutions à l'interface silice/air nous conduisent ensuite à la résolution de l'équation :

$$\left[\frac{J'_m(U)}{U J_m(U)} + \frac{K'_m(W)}{W K_m(W)} \right] \left[\frac{J'_m(U)}{U J_m(U)} + \frac{1}{N} \frac{K'_m(W)}{W K_m(W)} \right] = \left(\frac{m\beta}{k_0 N} \right)^2 \left(\frac{V}{UW} \right)^4 \quad (4.10)$$

Pour une valeur de m , l'équation (4.10) possède plusieurs valeurs β solutions. Afin de les différencier il est nécessaire d'introduire un indice supplémentaire que nous nommerons n . Ces solutions vont correspondre à deux types de modes perpendiculaires entre eux pouvant se propager dans le taper. Ces modes sont appelés hybrides électriques (toutes les composantes du champ sont non nulles) et sont notés HE_{mn} ou EH_{mn} . Le cas $m = 0$ est cependant particulier, dans ce cas on retrouve les modes TE et TM . Ils seront donc notés TE_{0n} et TM_{0n} .

La résolution numérique de l'équation (4.10) permet donc de déterminer les constantes de propagation de tous les modes se propageant dans un taper. La figure 4.5 représente les courbes de dispersion, c'est à dire les indices effectifs $N_{eff} = \beta/k_0$ (pour $\lambda_0 = 1550$ nm) des modes d'un taper en fonction de son diamètre. Pour des diamètres tels que la fréquence normalisée $V = \frac{2\pi d}{\lambda_0} \sqrt{N^2 - 1}$ soit inférieure à 2,405, ce qui correspond à $d < 1,145 \mu\text{m}$, on observe l'existence d'un seul mode, il s'agit du mode fondamental HE_{11} . Pour des diamètres supérieurs au diamètre critique $d_c = 1,145 \mu\text{m}$, le taper devient multimode et le nombre de modes croît approximativement comme V^2 .

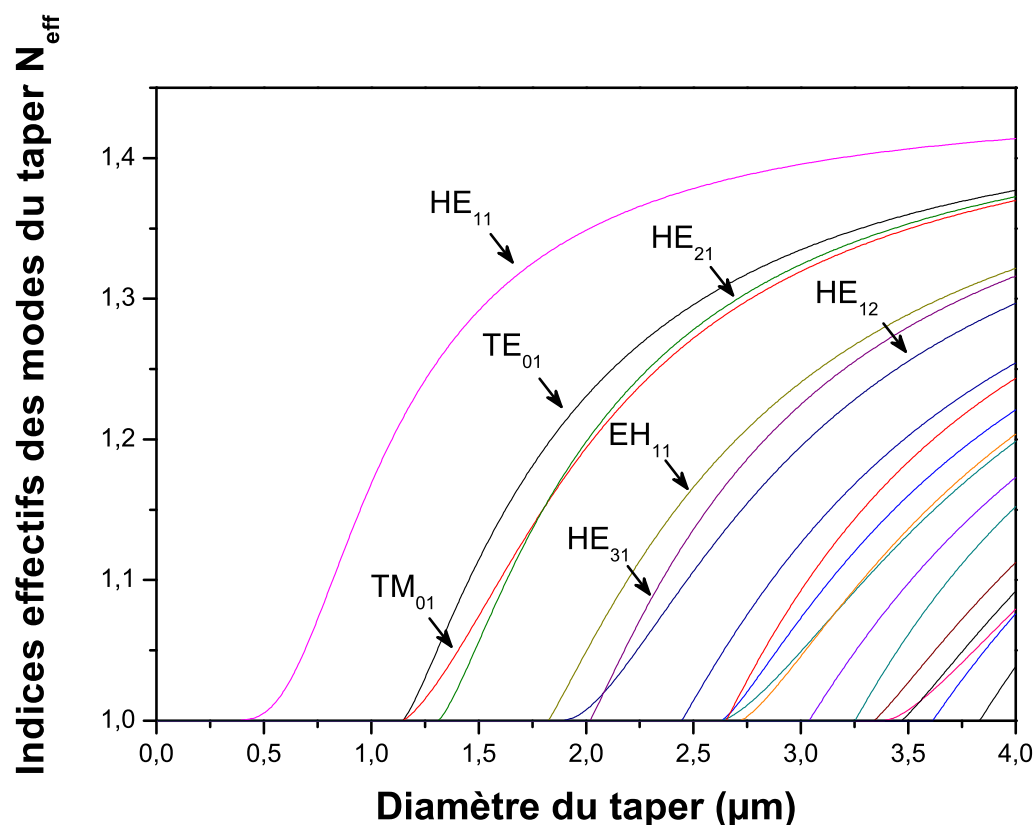


FIGURE 4.5 – Indices effectifs, pour une longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 1550$ nm, des modes d'un taper en silice ($N = 1,45$) en fonction de son diamètre.

Remarque 1

Dans le cadre de cette thèse les tapers nous permettent d'insérer et extraire un signal d'un microrésonateur, il est donc important de fabriquer des tapers ayant un diamètre inférieur au diamètre critique. En effet, si notre taper est trop gros, il sera multimode et des interférences entre les modes vont apparaître. Le taper n'aura donc pas la même transmission pour toutes les longueurs d'onde. A contrario, il ne faut pas non plus que le diamètre soit trop petit car dans ce cas le guidage est très faible et la moindre irrégularité provoque des pertes importantes.

Remarque 2

Nous avons vu précédemment qu'un taper présente une forme biconique avec un diamètre supposé constant en son centre (voir figure 4.2). Le nombre de modes

pouvant se propager dans le taper ne sera donc pas le même suivant que l'on se trouve en son centre ou que l'on se décale vers son extrémité du fait de la différence de diamètre. La notion de taper monomode est donc relative, le taper est monomode dans sa partie centrale mais avant cette partie de nombreux modes existent. Un mélange entre les différents modes est donc possible au cours de la propagation d'un champ. Afin d'éviter cela et d'assurer une bonne transmission du taper il est nécessaire d'avoir une évolution adiabatique afin que chaque mode évolue sans se mélanger avec les autres.

En effet, si la pente est trop abrupte, il y a échange d'énergie entre les modes. C'est à dire que si l'on injecte le mode HE_{11} (qui correspond au mode fondamental de la fibre optique avant étirage, que l'on nomme aussi LP_{01}), au bout d'une certaine longueur, l'énergie va être transmise aux autres modes. L'énergie peut également être transférée vers un mode contrapropagatif. Si le taper est monomode, autrement dit son diamètre au centre est inférieur au diamètre critique, alors toute l'énergie passée dans les autres modes va être émise à l'extérieur de la fibre. L'énergie va donc décroître au fil de la propagation. Un tel taper est dit non-adiabatique.

Par contre, dans le cas où la pente est douce, le couplage vers les autres modes est négligeable et le mode fondamental de la fibre optique va être progressivement transformé en celui du taper sans perte d'énergie. Ces tapers sont dits adiabatiques.

Expérimentalement, réaliser un taper adiabatique revient à obtenir une variation très lente du diamètre du taper. Cela est réalisé en étirant sur des longueurs suffisamment grandes. Par exemple, si l'on veut un taper adiabatique de diamètre $2\ \mu\text{m}$ il faut étirer sur plus de 7 mm. Ce procédé permet un bon transfert d'énergie entre le mode de la fibre initiale et le mode fondamental du taper et nous permet donc d'obtenir des tapers ayant une transmission supérieure à 90 %.

4.2.2 Proportion de la puissance se propageant sous forme évanescente

Nous allons maintenant déterminer le profil du mode fondamental HE_{11} afin d'évaluer la proportion de puissance se propageant à l'extérieur du taper, sous

forme évanescente.

Pour ce faire il est nécessaire d'exprimer le vecteur de Poynting $\mathbf{S} = \mathbf{E} \wedge \mathbf{H}^*$ dirigé dans l'axe du taper dont nous nommerons S_z sa norme :

$$S_z \propto \begin{cases} \frac{kN^2}{\beta J_1^2(U)} \left(a_1 a_3 J_0^2(UR) + a_2 a_4 J_2^2(UR) \mp \frac{1 - F_1 F_2}{2} J_0(UR) J_2(UR) \cos(2\phi) \right) & R < 1 \\ \frac{kN^2}{\beta K_1^2(W)} \frac{U^2}{W^2} \left(a_1 a_5 K_0^2(WR) + a_2 a_6 K_2^2(WR) \pm \frac{1 - 2\Delta - F_1 F_2}{2} K_0(WR) K_2(WR) \cos(2\phi) \right) & R > 1 \end{cases} \quad (4.11)$$

Les signes + et - font références aux modes pairs et impairs, et les différentes constantes utilisées ont pour expressions :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{F_2 - 1}{2} & a_2 &= \frac{F_2 + 1}{2} \\ a_3 &= \frac{F_1 - 1}{2} & a_4 &= \frac{F_1 + 1}{2} \\ a_5 &= \frac{F_1 - 1 + 2\Delta}{2} & a_6 &= \frac{F_1 + 1 - 2\Delta}{2} \\ F_1 &= \left(\frac{UW}{V} \right)^2 (b_1 + (1 - 2\Delta)b_2) & F_2 &= \left(\frac{V}{UW} \right)^2 \frac{1}{b_1 + b_2} \\ b_1 &= \frac{1}{2U} \left(\frac{J_0(U) - J_2(U)}{J_1(U)} \right) & b_2 &= -\frac{1}{2W} \left(\frac{K_0(W) - K_2(W)}{K_1(W)} \right) \\ \Delta &= \frac{N^2 - 1}{2N^2} \end{aligned}$$

Sur la figure 4.6 est représentée la composante S_z du vecteur de Poynting en fonction de R pour des tapers de diamètre différent. Du fait du fort déconfinement du champ une part importante de celui-ci se propage sous forme évanescente en dehors de la fibre. L'unité de S_z est arbitraire, l'idée ici est simplement d'observer que la partie évanescente du champ augmente d'autant plus que le diamètre du taper est faible.

Calculons maintenant la fraction de puissance se propageant à l'extérieur de la fibre :

$$\eta = 1 - \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \int_{d/2}^{+\infty} r S_z d\phi dr}{\int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{+\infty} r S_z d\phi dr} \quad (4.12)$$

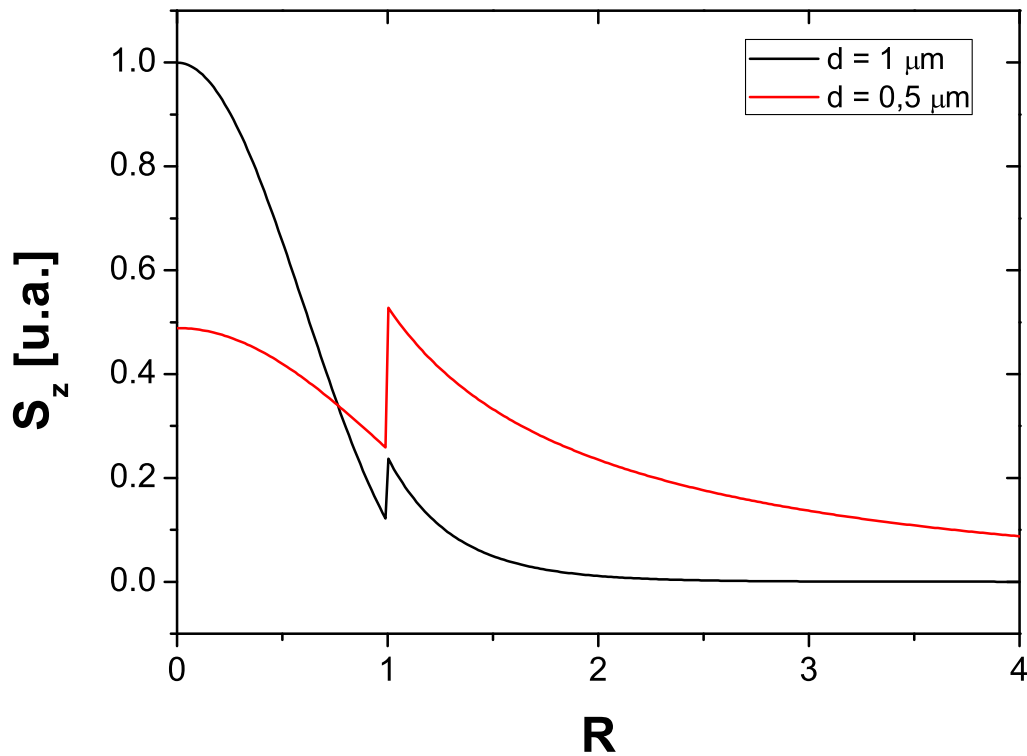


FIGURE 4.6 – Amplitude du vecteur de Poynting (dirigé selon l’axe de la fibre) en fonction de la dimension radiale $R = r/(d/2)$.

La figure 4.7 représente l’évolution de la fraction de puissance se propageant sous forme évanescente en fonction du diamètre du taper. On peut remarquer que cette fraction reste plutôt faible jusqu’au diamètre critique d_c puisqu’elle est d’environ 20 %. Mais ensuite elle augmente fortement jusqu’à atteindre 97 % pour un diamètre de 400 nm.

Bilan

Expérimentalement les tapers que l’on utilise ont un diamètre légèrement inférieur au diamètre critique. En effet, en plus du fait que le taper est monomode, nous avons à la fois présence d’un fort champ évanescent et un mode toujours bien guidé. Nous allons maintenant décrire le processus de fabrication des fibres effilées.

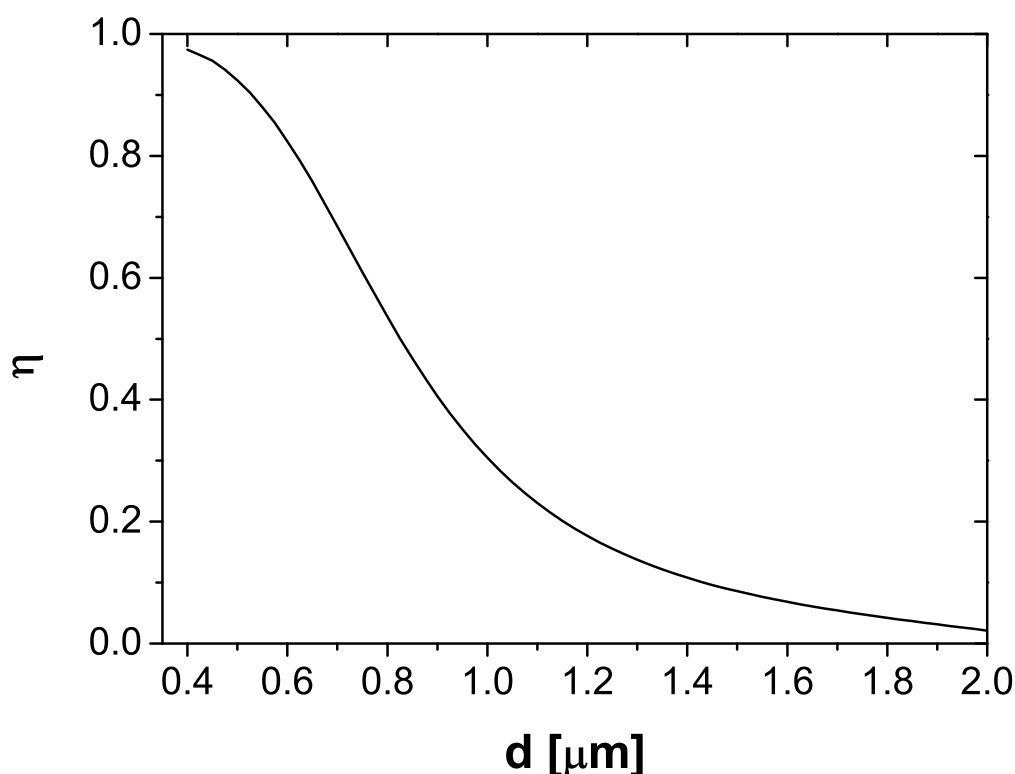


FIGURE 4.7 – Évolution de la fraction de puissance se propageant sous forme évanescente en fonction du diamètre du taper.

4.3 Fabrication des tapers et des demi-tapers

Afin d'accéder à la partie évanescente des modes de galerie les plus confinés un taper est donc utilisé. La technique classique de fabrication des tapers repose sur une méthode de fusion-étirage qui consiste à étirer une fibre optique localement chauffée. La fusion peut être par exemple réalisée à l'aide d'une flamme [113,114], d'une soudeuse de fibres optiques ou encore d'un laser CO_2 . Au laboratoire nous utilisons les deux premières techniques.

4.3.1 Fabrication de tapers à l'aide d'une flamme

Cette méthode consiste à chauffer à l'aide d'une flamme une petite partie (5 à 10 mm) d'une fibre optique monomode de type SMF-28 tout en l'étirant via des moteurs. Afin d'enregistrer la transmission en cours d'étirage un signal laser monomode à 1550 nm est envoyé dans la fibre. La transmission est ensuite obtenue

via une photodiode reliée à un oscilloscope.

Le montage expérimental est représenté sur le schéma de la figure 4.8. La température de ramollissement de la silice étant d'environ 1100 °C, un simple mélange butane/air est utilisé pour obtenir la flamme. On commence par enlever le coating de la partie de la fibre qui va être chauffée, puis on nettoie cette partie. Ensuite la fibre optique est maintenue par des mors (*holders*) fixés sur des moteurs. Ces derniers permettent la translation des *holders* et donc d'étirer la fibre. Leur vitesse et accélération sont contrôlés par un ordinateur. Cela nous permet d'étirer la fibre assez lentement au début, puis d'augmenter cette vitesse lorsque la fibre a un diamètre si petit qu'elle pourrait être soufflée par la flamme.

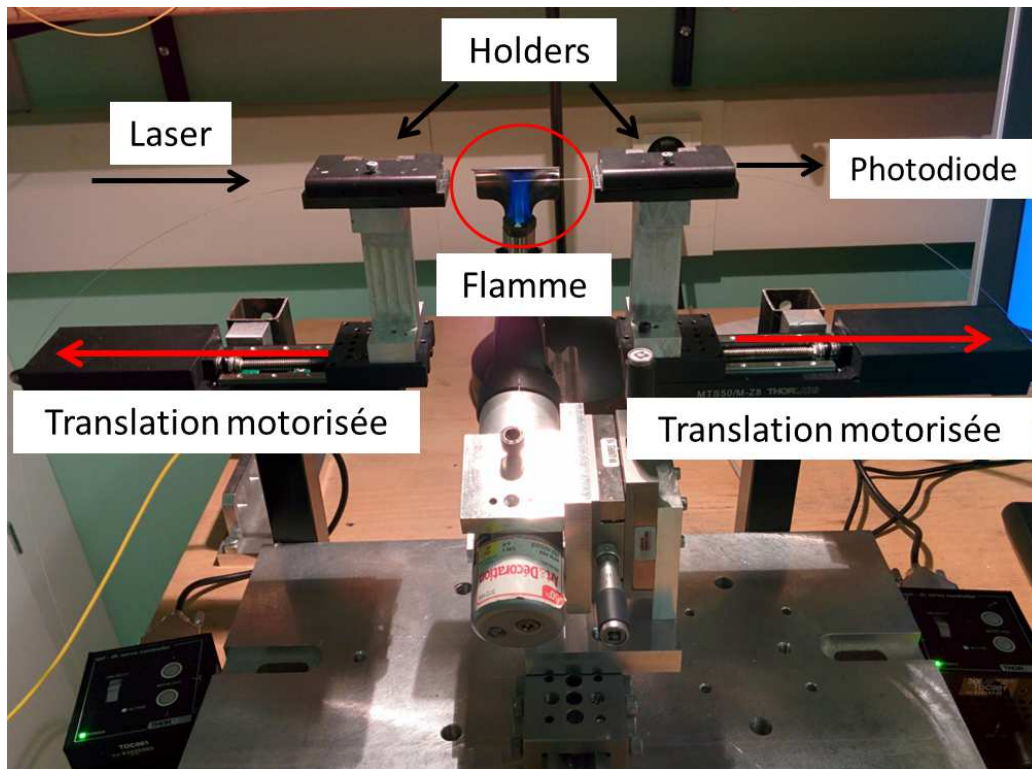


FIGURE 4.8 – Montage expérimental permettant de fabriquer les fibres effilées. On peut y voir la flamme, les translation motorisées ainsi que les holders qui permettent de bloquer la fibre.

La figure 4.9 représente la structure des tapers fabriqués. La zone de chauffe (de longueur h) représente la partie de la fibre qui va être soumise à la flamme. Le rayon du taper dans cette zone est supposé constant et est noté w pour waist, r_0

représente le rayon initial de la fibre et L est la longueur d'étirement de la fibre.

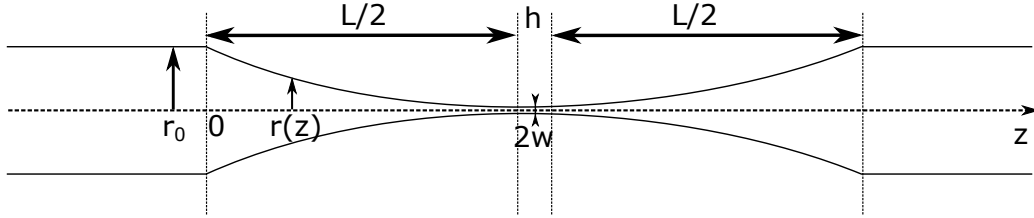


FIGURE 4.9 – Structure des tapers fabriqués. L désigne la longueur d'étirement de la fibre, h la zone de chauffe, w le rayon du taper dans la zone de chauffe et r_0 le rayon initial de la fibre.

L'expression mathématique modélisant la structure d'un taper obtenu par méthode de fusion/étirage est basée sur le principe de la conservation de la masse durant l'étirage [115]. En prenant l'origine de l'axe z à un bout du taper, la structure de celui-ci est de type exponentiel avec :

$$r(z) = \begin{cases} r_0 \exp(-z/h) & \text{pour } 0 < z < L/2 \\ w = r_0 \exp(-L/2h) & \text{pour } L/2 < z < (L+h)/2 \end{cases} \quad (4.13)$$

avec un profil symétrique pour $z > (L+h)/2$.

Le rayon du taper dans la zone de chauffe peut donc être théoriquement déterminé à partir de l'équation suivante :

$$w = r_0 \exp\left(\frac{-L}{2h}\right) \quad (4.14)$$

avec $r_0 = 62,5 \mu\text{m}$ et $h = 5$ à 10 mm dans notre cas.

En pratique la longueur de la zone de chauffe est assez difficile à déterminer du fait que la température n'est pas la même au centre et sur les extrémités de la flamme. Les valeurs obtenues à partir de l'équation 4.14 ne sont donc pas très précises. Afin de pouvoir déterminer le diamètre du taper au cours de l'étirement nous utilisons une toute autre technique. Nous avons décrit dans la partie 4.2 les différents modes qui se propagent dans une fibre effilée en fonction de son diamètre. Lors du processus d'étirage on observe de faibles oscillations que l'on peut voir sur la figure 4.10 qui représente la transmission en sortie de la fibre pendant le

processus de fusion/étirage. Ces oscillations résultent de battements entre les différents modes se propageant dans la fibre. Au fur et à mesure que le diamètre de la fibre diminue certains modes vont atteindre leur diamètre de coupure comme on l'a déjà vu d'un point de vue théorique dans la figure 4.5. Sur la figure 4.10 on remarque qu'à la seconde 49 les battements cessent, cela signifie que le taper est devenu monomode, autrement dit son diamètre est inférieur au diamètre critique et est donc de l'ordre du micromètre. L'observation des oscillations nous permet de savoir quand arrêter l'étirage.

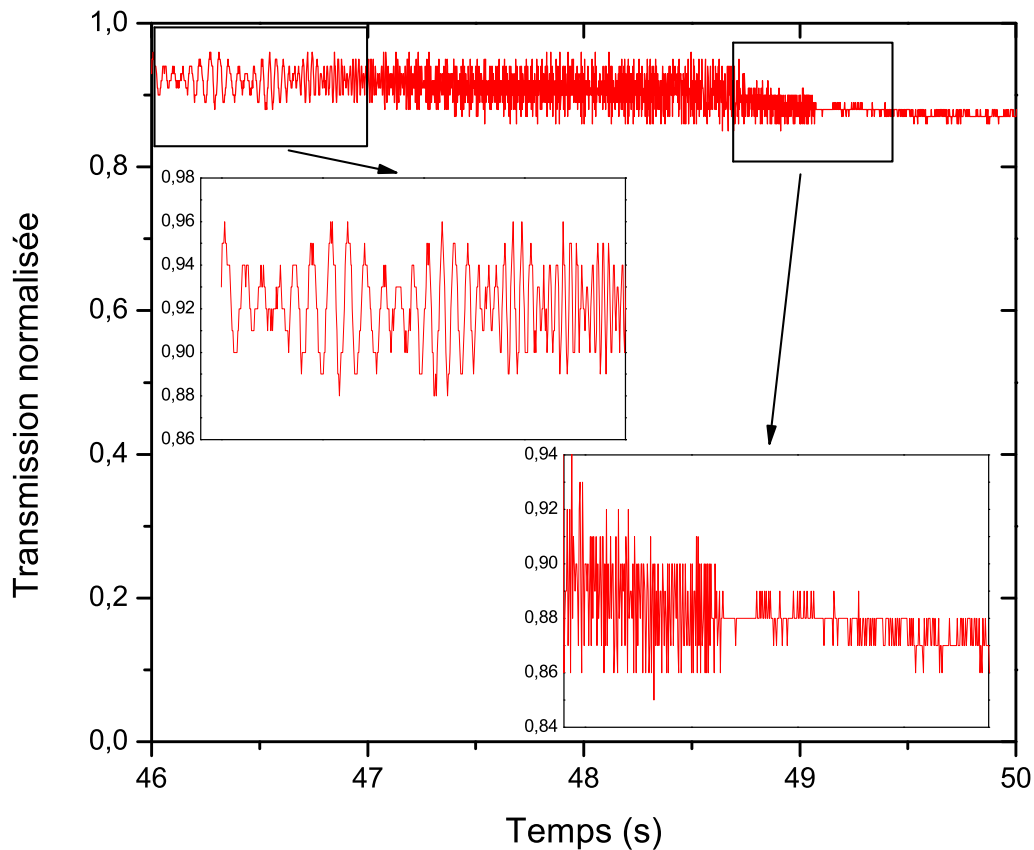


FIGURE 4.10 – Transmission en sortie de la fibre effilée en fonction du temps d'élongation pour $\lambda = 1550$ nm.

4.3.2 Fabrication de tapers et demi-tapers à l'aide d'une soudeuse de fibres optiques

Dans le but de fabriquer des tapers et demi-tapers, une soudeuse de fibres optiques programmable (ERICSSON FSU 925) peut-être également utilisée. La partie qui permet de ramollir la fibre est constituée de deux électrodes, lorsqu'une tension est appliquée, la différence de potentiel forme un arc électrique qui va chauffer à très haute température et très localement la fibre optique. Une fois la fibre en fusion, les moteurs qui servent habituellement à l'alignement des fibres optiques avant de souder, vont ici être utilisés afin d'étirer la fibre. Cette technique nous permet de réaliser des tapers avec un diamètre compris entre 1 et 2 μm sur une longueur d'environ 400 μm dont on peut en voir un exemple sur la figure 4.11. Cependant, un taper fabriqué par cette méthode présente des pertes plus importantes que ceux fabriqués par la méthode de la flamme et sa partie étirée est également beaucoup plus courte (400 μm contre plus d'1cm pour les autres) du fait d'une zone de chauffe beaucoup plus localisée. Ces tapers ne sont donc pas utilisés dans nos expériences, cependant la méthode fusion/étirage par soudeuse de fibres optiques est bien adaptée pour la fabrication des demi-tapers.

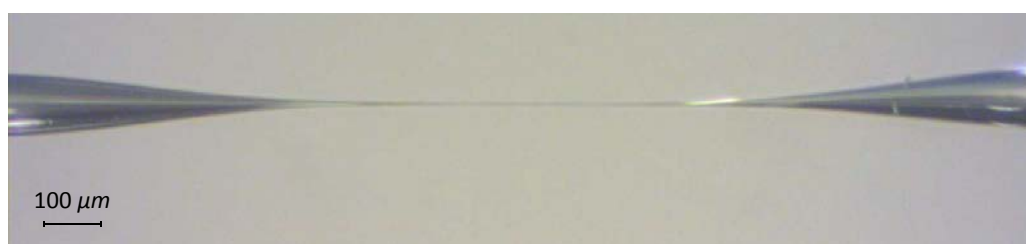


FIGURE 4.11 – Taper biconique fabriqué par fusion-étirage à l'aide d'une soudeuse de fibres optiques. La section amincie est inférieure à 2 μm sur environ 400 μm de long.

Pour réaliser un demi-taper, le protocole expérimental est le même que pour les tapers, à l'exception du fait que l'on étire jusqu'à ce que le taper "casse" en son centre, ce qui nous permet d'obtenir deux demi-tapers.

La figure 4.12 présente une photo d'une sphère couplée à un demi-taper fabri-

qué à l'aide d'une soudeuse de fibres optiques et à un taper fabriqué à l'aide d'une flamme. Afin d'avoir une idée des dimensions des tapers, le diamètre de la sphère est d'environ $100\text{ }\mu\text{m}$. On observe que la zone étirée du demi-taper est très courte, ceci est primordial car dans le cas contraire le bout du demi-taper serait très mobile. On observe également la grande longueur du taper fabriqué à la flamme (on ne voit que quelques mm mais il fait en réalité plusieurs cm). En addition du fait que cette grande longueur soit une condition afin que le taper soit adiabatique, cela va nous permettre de pouvoir coupler la sphère à une multitude d'endroits le long du taper afin d'obtenir de bonnes conditions de couplage.



FIGURE 4.12 – Sphère couplée à un demi-taper fabriqué à l'aide d'une soudeuse à fibre optique et à un taper fabriqué à l'aide d'une flamme.

Conclusion

Afin d'obtenir un couplage efficace aux modes de galerie nous utilisons donc des tapers et demi-tapers. Les demi-tapers et tapers sont fabriqués respectivement à l'aide d'une soudeuse à fibre optique et d'une flamme. Dans le cadre de cette thèse, la configuration expérimentale retenue pour insérer/extraire un signal de nos résonateurs est celle de la figure 4.12. Dans nos expériences sur la compensation des pertes le demi-taper nous permettra d'insérer un signal de pompe à 1480 nm , tandis que pour nos expériences de lumière lente il servira à extraire le signal de sonde.

Chapitre 5

Augmentation du facteur de qualité par compensation des pertes

Sommaire

5.1	Configuration expérimentale	94
5.2	Méthode de mesure des propriétés linéaires d'un résonateur à haut facteur de qualité	95
5.2.1	Motivations	95
5.2.2	Méthode expérimentale	96
5.2.2.1	Méthode du balayage en fréquence	96
5.2.2.2	Expression de la transmission sous excitation non-stationnaire	98
5.3	Montage expérimental	101
5.4	Résultats expérimentaux	104
5.4.1	Méthode numérique d'obtention des valeurs de τ_0 et τ_e	107
5.4.2	Analyse des différents résultats obtenus	108
5.5	Discussion	110

Les microrésonateurs à modes de galerie en matériaux amorphes sont faciles à produire par des techniques de fusion. Leur facteur de qualité est limité à quelques 10^8 du fait du phénomène de contamination de surface ou d'une absorption résiduelle plus importante que celle des matériaux cristallins [1,25]. Nous allons montrer dans ce chapitre qu'il est possible de dépasser ces limites en introduisant du gain optique dans la microcavité. Par ailleurs, un gain interne offre un paramètre supplémentaire de contrôle et permet d'obtenir tous les régimes de couplage d'un résonateur à partir du sous couplage jusqu'au régime d'amplification sélective.

5.1 Configuration expérimentale

Le schéma de la configuration expérimentale est donné sur la figure 5.1, il reprend les notations du chapitre 1. Le résonateur étudié ici est une microsphère en ZBLALiP dopé Erbium. La partie évanescente du mode du taper est couplée au mode de cavité de la microsphère $u(t)$. On rappelle que le temps de vie des photons lié au couplage est noté τ_e . Le temps de vie intrinsèque des photons dans la cavité (noté τ_0) peut être contrôlé ici en modifiant le taux de pompage via le demi-taper utilisé pour injecter le champ pompe dans la microcavité. Nous considérons

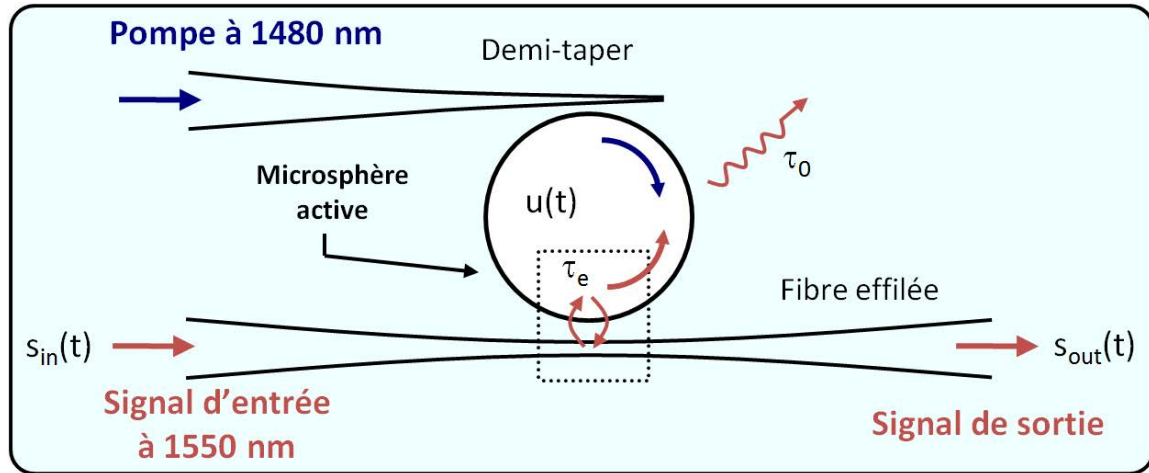


FIGURE 5.1 – Schéma d'une microsphère dopée Erbium à 3 ports d'entrée/sortie. Le signal à 1550 nm est couplé via un taper et la pompe à 1480 nm est couplée via un demi-taper.

que tous les effets liés à la pompe (en particulier les pertes dues à la diffusion induite par le taper permettant son couplage) sont pris en compte dans la valeur de

τ_0 [116]. On rappelle que $\tau_0 \geq 0$ pour une cavité passive, dans le cas d'une cavité amplificatrice $-\tau_e < \tau_0 < 0$.

5.2 Méthode de mesure des propriétés linéaires d'un résonateur à haut facteur de qualité

Dans cette partie nous présentons la méthode utilisée afin de caractériser complètement les propriétés linéaires de résonateurs à modes de galerie. Cette méthode permet de mesurer non seulement le facteur de qualité mais également les propriétés dispersives.

5.2.1 Motivations

Nous allons voir sur un exemple d'application pourquoi il peut-être nécessaire de connaître les propriétés dispersives d'un résonateur. Le schéma de principe d'un oscillateur opto/électronique [117] est présenté sur la figure 5.2. Cette architecture fut proposée dans le but d'obtenir des oscillateurs micro-ondes aux qualités spectrales meilleures que celles des oscillateurs existants et notamment ceux à Quartz. Le principe de fonctionnement est semblable à celui d'un oscillateur composé d'un amplificateur et d'une boucle de contre-réaction. Pour obtenir la contre-réaction le signal micro-onde est inscrit sur une porteuse optique via un modulateur électro-optique. Le signal est alors propagé dans une bobine de fibre optique. Il est ensuite détecté à l'aide d'une photodiode qui permet de démoduler le signal hyperfréquence. Après amplification il est réinjecté dans la ligne à retard optique via le modulateur. La cohérence du signal généré dépend alors de la longueur de la ligne à retard.

Dans un but d'intégration, il est intéressant de remplacer la fibre optique par un microrésonateur de très haut facteur de qualité [15]. Ces derniers, en régime d'amplification sélective ou en régime de compensation des pertes peuvent être utilisés comme filtre très sélectif et ligne à retard optique. Dans le cas de l'amplification sélective, le résonateur peut-même remplacer l'étape d'amplification électrique ce qui permet de limiter le bruit dans ces oscillateurs [118]. De plus, ils permettraient potentiellement une stabilisation en température plus simple que dans

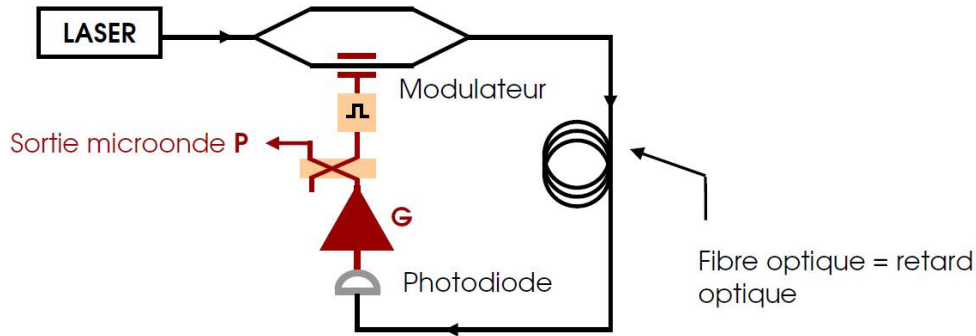


FIGURE 5.2 – Architecture d'un oscillateur opto/électronique. G représente le gain de l'amplificateur micro-onde et P la puissance de l'onde hyperfréquence à la sortie de l'oscillateur.

le cas d'une bobine de fibre de plusieurs kilomètres. Du fait de sa faible atténuation, la fibre optique permet des longueurs de propagation de l'ordre du km, ce qui correspond à un retard de groupe (pour un indice de réfraction de 1,5) $\tau_g = 10^3 \times 1.5 / (3 \times 10^8) = 5 \mu\text{s}$. Dans le cas le plus simple du résonateur sans perte, $\tau_g(\omega_0) = 2\tau_e$ (cf équation 1.29) et donc $Q = \omega_0 \tau_e / 2$. Pour une longueur d'onde $\lambda_0 = 1,55 \mu\text{m}$, il faut donc un résonateur tel que : $Q = 2\pi c \tau_g / (4\lambda_0) \approx 1,5 \times 10^9$.

On peut donc voir à travers cet exemple qu'il est non seulement nécessaire de savoir mesurer de tels facteurs de qualité mais il faut également connaître la dispersion associée. En effet comme nous l'avons vu précédemment, des résonateurs possédant la même fonction de transfert en intensité et donc le même facteur de qualité peuvent induire des retards de groupe de signes opposés. Or pour cette application seuls les retards de groupe positifs présentent un intérêt.

5.2.2 Méthode expérimentale

5.2.2.1 Méthode du balayage en fréquence

Afin de mesurer des facteurs de qualité élevés, la méthode utilisée usuellement consiste à exciter le résonateur à l'aide d'un laser de sonde accordable très fin spectralement dont la fréquence ν est balayée linéairement (Fig. 5.3) (appelé laser de sonde). Lorsque la fréquence du laser est accordée sur la fréquence ν_0 du résonateur, l'enregistrement de la transmission présente alors un pic d'absorption. La

largeur à mi-hauteur δt est mesurée dans le domaine temporel, puis connaissant la vitesse de balayage \tilde{V}_S du laser (en $\text{MHz}/\mu\text{s}$), on calcule la largeur spectrale de la résonance par $\delta\nu = \tilde{V}_S \times \delta t$. Cette méthode ne permet d'obtenir que le facteur

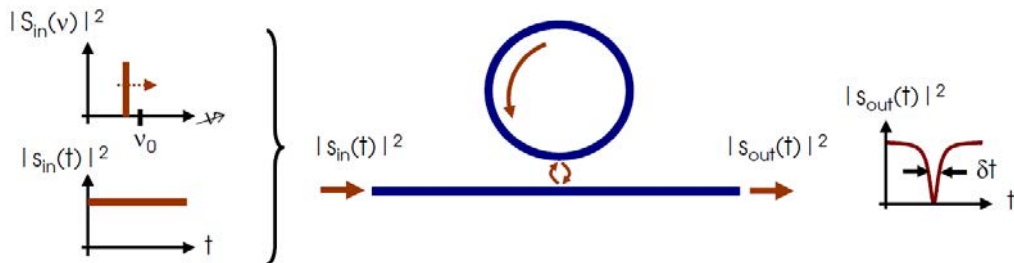


FIGURE 5.3 – Méthode de mesure de facteurs de qualité par balayage de la fréquence ν d'un Laser accordable. Le signal de sortie reproduit dans le temps la forme spectrale de la fonction de transfert en intensité du résonateur.

de qualité et la valeur de la transmission à résonance, elle ne permet pas d'obtenir les propriétés dispersives. Elle présente également plusieurs difficultés de mise en œuvre :

- Premièrement, elle nécessite un calibrage très précis de la vitesse de balayage du laser,
- deuxièmement elle nécessite l'utilisation d'un laser dont la largeur de raie est très inférieure à la largeur de la résonance du résonateur étudié,
- et troisièmement le balayage doit s'effectuer de manière très lente afin que le champ puisse se développer dans la cavité.

Cas du balayage rapide

En pratique la durée du balayage de la résonance doit être bien plus longue que $\tau/2$. Si on balaie la fréquence beaucoup plus vite, alors la dynamique d'établissement du champ doit être prise en compte et des oscillations apparaissent dans le profil de transmission [27, 116, 119–121] comme on le montre sur la figure 5.4. Cependant nous allons montrer qu'à partir de l'étude de ces oscillations il est possible de déduire toutes les propriétés linéaires de la résonance.

Lorsque la fréquence du laser de sonde est accordée sur la fréquence de résonance ν_0 , le champ est stocké dans la cavité puis est réémis vers le port de sortie avec un temps de décroissance τ . La fréquence du laser de sonde ayant été décalée

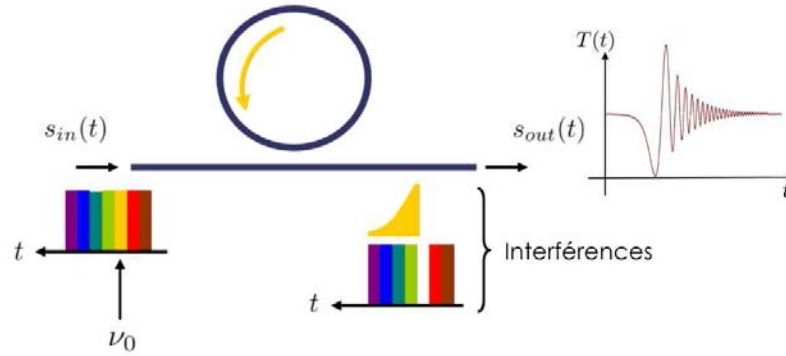


FIGURE 5.4 – Un balayage rapide du laser de sonde sur une résonance de la cavité permet d’obtenir la réponse dynamique du résonateur. L’étude du régime transitoire obtenu donne accès à toutes les propriétés linéaires du résonateur

de $\Delta\nu$ pendant ce temps, le champ extrait de la cavité interfère avec le signal d’entrée de fréquence $\nu_0 + \Delta\nu$. Le battement résultant apparaît sur le signal de sortie sous forme d’oscillations et l’enveloppe du signal correspond au temps de décroissance du champ.

Outre la détermination du facteur de qualité global Q , l’analyse de ces oscillations permet la séparation et la détermination des facteurs de qualité Q_0 et Q_e et par là-même de déduire les régimes de couplage et de dispersion. Nous allons maintenant calculer l’expression de la transmission dans le cas où la fréquence du signal d’entrée varie linéairement dans le temps.

5.2.2.2 Expression de la transmission sous excitation non-stationnaire

Afin de décrire ces effets le modèle de H. Haus [50] est particulièrement bien adapté. Pour cela il suffit d’écrire le signal d’entrée sous la forme : $s_{in}(t) = s_0 e^{j\theta(t)}$, avec :

$$\theta(t) = \omega_i t + \frac{V_S}{2} t^2, \quad (5.1)$$

où $V_S = 2\pi\tilde{V}_S$ est la vitesse de balayage en fréquence angulaire. La fréquence angulaire instantanée correspondante s’écrit :

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_i + V_S t, \quad (5.2)$$

si l'on suppose que l'on balaie la fréquence sur un intervalle $[0, T_S]$ la fréquence angulaire varie quant à elle dans l'intervalle $[\omega_i, \omega_i + V_S T_S]$. La solution de l'équation (1.14) s'écrit formellement :

$$u(t) = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_0 \exp\left(j\omega_0 t - \frac{t}{\tau}\right) \left[f(t) - f(0) + \frac{1}{j(\omega_i - \omega_0) + \frac{1}{\tau}} \right] \quad (5.3)$$

où $f(t)$ s'exprime sous une forme intégrale :

$$f(t) - f(0) = \int_0^t \exp\left[j\theta(t') + \left(\frac{1}{\tau} - j\omega_0\right)t'\right] dt' \quad (5.4)$$

qui peut être écrite à partir de la fonction erreur complexe $\text{erf}(z)$ avec $z \in \mathbb{C}$:

$$f(t) = -\sqrt{\frac{j\pi}{2V_S}} \exp\left[-\frac{j(\omega_i - \omega_0 - j/\tau)^2}{2V_S}\right] \text{erf}\left(\frac{j/\tau + \omega_0 - \omega_i - V_S t}{\sqrt{2jV_S}}\right). \quad (5.5)$$

La transmission du système est maintenant une fonction du temps :

$$T(t) = |\mathcal{H}(t)|^2 = \left| \frac{s_{out}(t)}{s_{in}(t)} \right|^2, \quad (5.6)$$

et vaut :

$$T(t) = \left| \frac{2}{\tau_e} s_0 \exp\left(j\omega_0 t - \frac{t}{\tau}\right) \left[f(t) - f(0) + \frac{1}{j(\omega_i - \omega_0) + \frac{1}{\tau}} \right] - 1 \right|^2. \quad (5.7)$$

Quatre exemples de transmission calculés à partir de ce modèle sont présentés sur la figure 5.5. La vitesse de balayage est normalisée par la vitesse \tilde{V}_0 qui correspond à une résonance de largeur $1/(\pi\tau)$ balayée pendant un temps $\tau/2$. Si la vitesse de balayage est très lente ($\tilde{V}_S = 0.0075\tilde{V}_0$) alors on retrouve bien le régime stationnaire, caractérisé par un creusement de forme lorentzienne. Cependant, à mesure que la vitesse de balayage est augmentée et lorsque elle devient comparable à \tilde{V}_0 , le profil temporel s'écarte très fortement de celui du régime stationnaire. On observe l'apparition des oscillations dues aux battements entre l'onde excitatrice et le champ qui s'échappe de la cavité. Pour des vitesses grandes devant \tilde{V}_0 l'enveloppe de ces oscillations suit un profil exponentiel s'exprimant sous la forme $\exp(-t/\tau)$. La vitesse de balayage peut-être obtenue à partir de la mesure des périodes d'oscillations ce qui évite de devoir la connaître de façon précise.

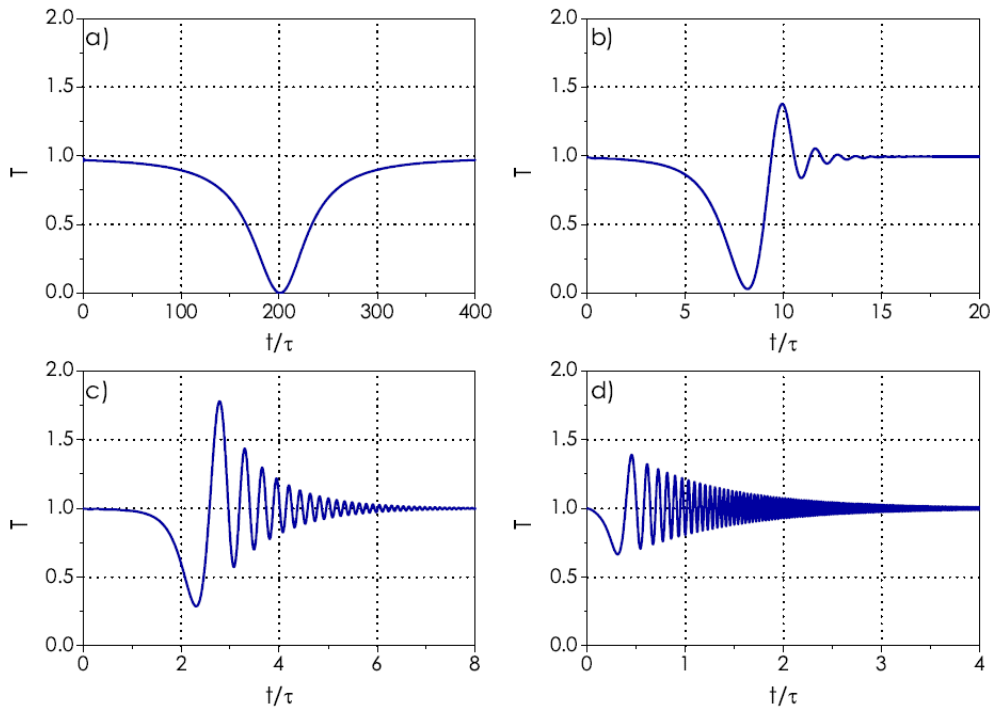


FIGURE 5.5 – Transmission en régime dynamique $T(t)$ pour différentes vitesses de balayage. a) $\tilde{V}_S = 0,0075\tilde{V}_0$, b) $\tilde{V}_S = 0,3\tilde{V}_0$, c) $\tilde{V}_S = 3\tilde{V}_0$ et d) $\tilde{V}_S = 30\tilde{V}_0$.

Mise en évidence des valeurs de τ_e et τ_0

Dans le cas du régime stationnaire nous avons relevé l'impossibilité d'obtenir les valeurs relatives de τ_e et τ_0 . Sur la figure 5.6(a) sont représentées les transmissions de deux résonateurs : l'un sous-couplé ($\tau_e = 3\tau_0$) et l'autre sur-couplé ($\tau_0 = 3\tau_e$). Les deux transmissions stationnaires se superposent parfaitement. La figure 5.6(b) présente les réponses dynamiques de ces deux mêmes systèmes ($\tilde{V}_S = 2,25 \tilde{V}_0$), l'axe des abscisses est normalisé par rapport au temps de vie des photons τ . On remarque que les amplitudes des deux réponses sont totalement différentes. En modélisant les résultats expérimentaux, il va donc être possible de déterminer les valeurs relatives de τ_e et τ_0 .

Cas du couplage critique et de la compensation des pertes

La transmission $T(t)$ d'une cavité en régime de couplage critique est tracée sur les figures 5.7(a) et 5.7(c) pour des vitesses de balayage qui sont respectivement $\tilde{V}_S = 10^{-3}\tilde{V}_0$ et $\tilde{V}_S = 10\tilde{V}_0$. L'analyse du signal d'oscillation permet de déterminer

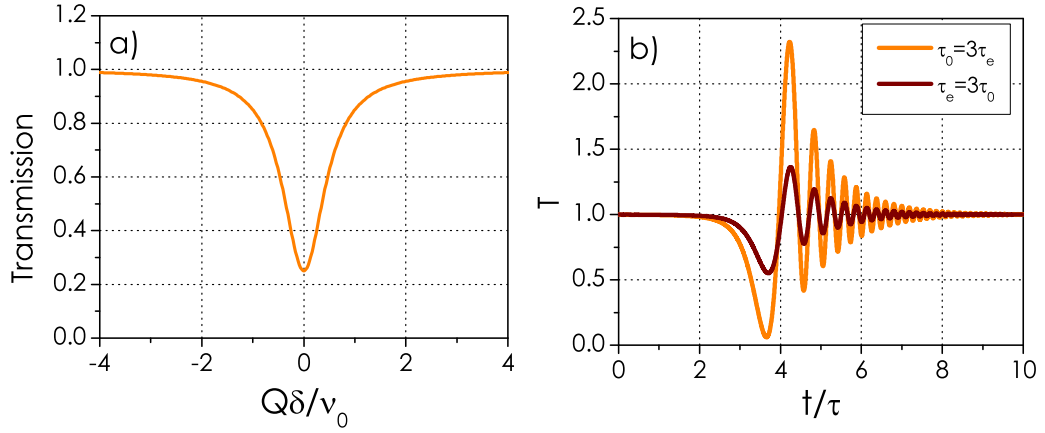


FIGURE 5.6 – Transmission en régime stationnaire (a) et en régime dynamique (b) pour deux résonateurs dont le rôle de τ_0 et τ_e est inversé. La vitesse de balayage rapide est de $\tilde{V}_s = 2,25 \tilde{V}_0$.

le régime de couplage du résonateur [116]. Comme on l’a vu au chapitre 1, en régime stationnaire cela ne peut être obtenu sans ambiguïté que par des méthodes interférométriques.

Pour une cavité parfaitement transparente ($\tau_0 \rightarrow +\infty$), la transmission en puissance est $T(\omega) = 1$ (figure 5.7(e)). En régime stationnaire, les informations sur le facteur de qualité de la résonance et les propriétés dispersives de la cavité ne peuvent être obtenues qu’en mesurant le déphasage $\phi(\omega) = 2 \arctan [(\omega_0 - \omega)\tau_e]$ [voir figure 5.7(f)] en utilisant une technique sensible à la phase [66]. Quand la vitesse de balayage est grande devant V_0 [figure 5.7(g)], les propriétés du résonateur peuvent être déduites de l’analyse des oscillations ce qui montre l’intérêt de cette méthode.

5.3 Montage expérimental

Le montage expérimental présenté figure 5.8 a été utilisé afin de caractériser les propriétés linéaires de nos microsphères en verre fluoré dopé Erbium [81]. Les deux tapers ont un diamètre inférieur à $2 \mu\text{m}$. La position de la microsphère est

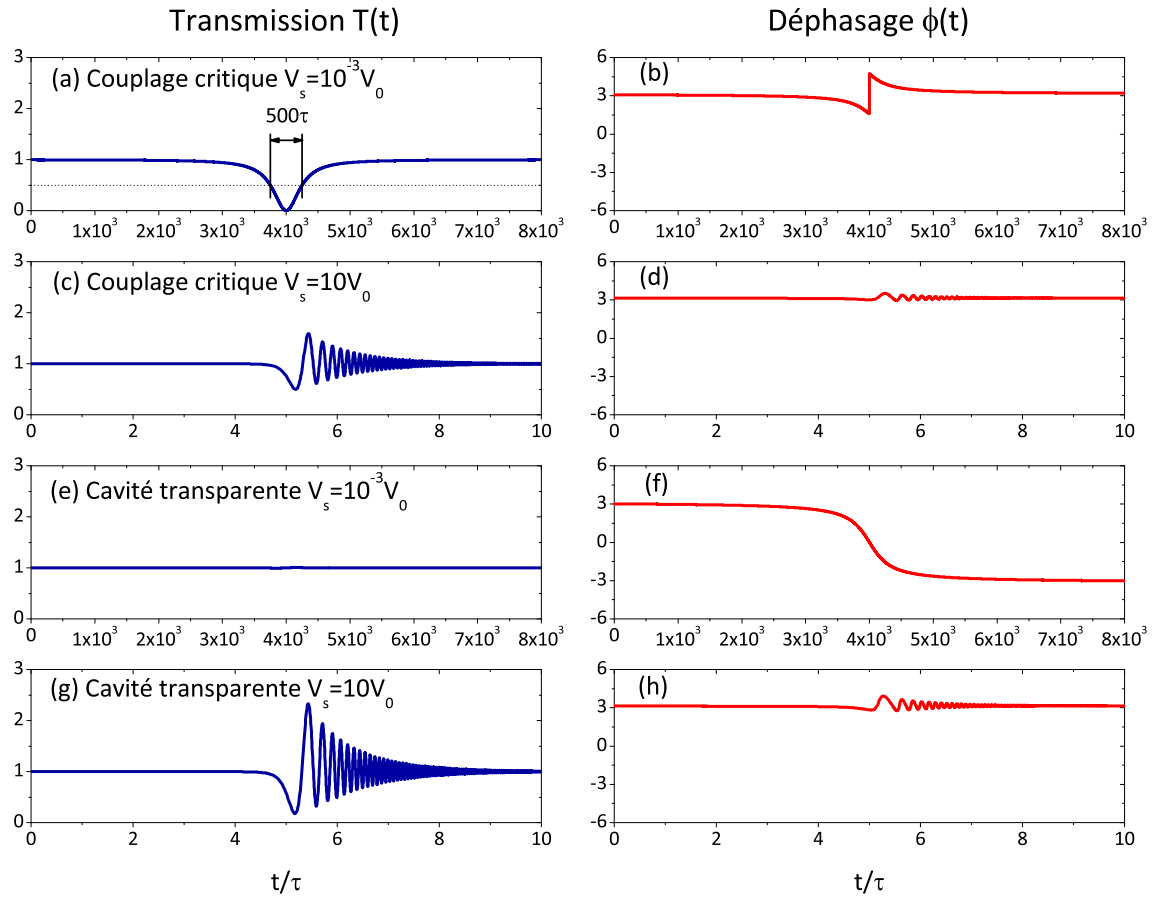


FIGURE 5.7 – Calcul théorique de la transmission $T(t)$ et du déphasage $\phi(t)$ de la fonction de transfert en amplitude en régime dynamique : (a)-(d) pour un résonateur en régime de couplage critique et (e)-(h) pour un résonateur transparent (ou sans perte). Nous avons utilisé deux vitesses de balayage : (a), (b), (e) and (f) $\tilde{V}_S = 10^{-3}\tilde{V}_0$ ce qui correspond quasiment au régime stationnaire ; (c), (d), (g) and (h) $\tilde{V}_S = 10\tilde{V}_0$.

figée et les deux tapers sont montés sur un micro-positionneur 3 axes afin de pouvoir contrôler leurs positions. Le laser de sonde est une diode laser à cavité externe émettant dans la bande C ($\lambda_S \approx 1550$ nm) et ayant une largeur à mi-hauteur de 150 kHz. La fréquence du laser est balayée linéairement sur 6 GHz via un signal triangle (100 Hz 18 V crête à crête). Le laser de pompe est une diode laser multi-mode émettant à $\lambda_P \approx 1480$ nm avec une puissance maximale de 150 mW. Afin de rester en régime de petit signal et d'éviter la saturation du gain par le signal on utilise un signal de sonde de faible puissance. Un pré-amplificateur optique (EDFA) est alors utilisé avant la photodétection. L'EDFA est un amplificateur optique bas bruit ayant une puissance de sortie maximale de 18 dBm. Le filtre optique (F), accordable sur la plage 1450 – 1650 nm et de bande passante 6,25 GHz est utilisé pour rejeter l'émission spontanée amplifiée due à l'EDFA. La photodiode a une bande passante de 1,2 GHz et un gain transimpédance variant de 10^2 et 10^4 V/A ce qui donne un temps de montée compris entre 1,8 et 25 ns.

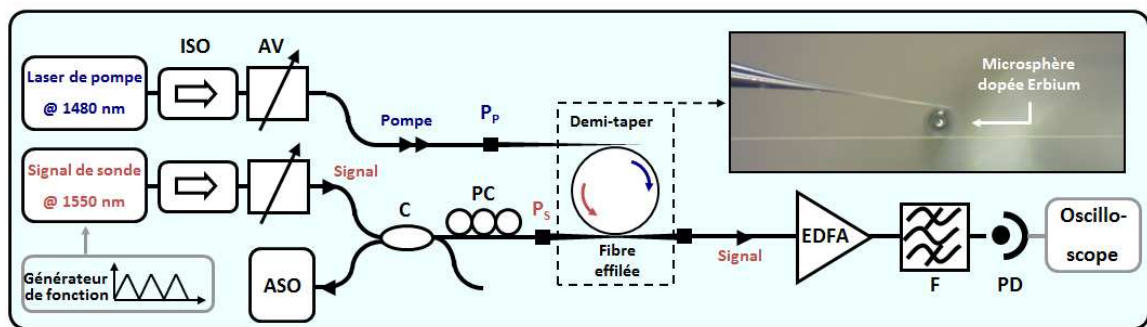


FIGURE 5.8 – Montage expérimental. ISO : isolateur optique, AV : atténuateur variable, OSA : analyseur de spectre optique, C : coupleur 50/50, CP : contrôleur de polarisation, EDFA : amplificateur à fibre dopée Erbium, F : filtre optique, PD : photodiode amplifiée. P_P et P_S sont respectivement la puissance de pompe et de sonde aux entrées des tapers.

Un champ pompe contra-propagatif provenant d'une diode laser à $\lambda_P = 1480$ nm est donc couplé dans le résonateur à modes de galerie par le biais du demi-taper et le signal de sonde y est couplé via un taper. Le principe de la mesure de la transmission du signal de sonde est représenté sur la figure 5.9. Avant de lancer le balayage en fréquence du signal de sonde, nous identifions et choisissons une résonance de la microcavité en analysant son émission via un analyseur de spectre

optique. La vitesse de balayage que nous utilisons est $V_S \approx 2\pi \times 1 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ ce qui correspond à $4V_0$ pour un facteur de qualité de $Q = 10^9$.

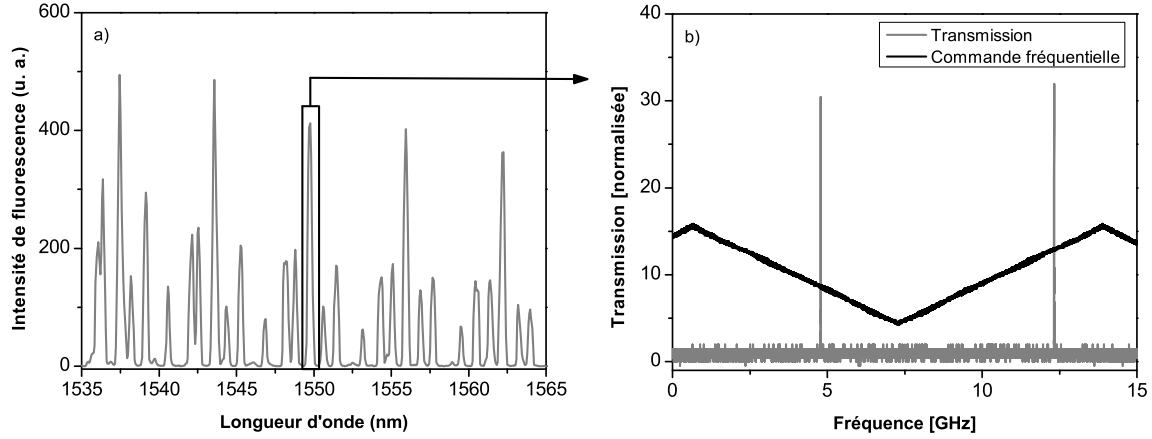


FIGURE 5.9 – Principe de la mesure de la transmission du signal. a) Sélection d'une résonance susceptible de présenter du gain dans le spectre de fluorescence. b) Balayage de la fréquence du laser de sonde autour de la fréquence de cette résonance.

Le taux de couplage (τ_e) peut être ajusté en faisant varier la distance entre la microsphère et le taper. L'accord entre les modes de la pompe et de la sonde est optimisé en choisissant une longueur d'onde de pompe proche de celle de la sonde, ici 1480 nm et 1560 nm.

5.4 Résultats expérimentaux

Les figures 5.10 et 5.11 présentent des mesures de profil de transmission $T(t)$ obtenue en balayant rapidement la fréquence du signal dans deux microsphères dopées Erbium. Ces deux résonateurs présentent respectivement des taux de dopage de 0,08 et 0,1 mol% et des diamètres de 90 et 145 μm . Les valeurs des transmissions à résonance $T(\omega_0)$ et des retards de groupe à résonance $\tau_g(\omega_0)$ déduits des ajustements des courbes A-K sont présentées sur la figure 5.12.

Dans ces expériences, la puissance de la pompe à 1480 nm P_p (définie sur la figure 5.8) varie entre 3 mW et 11.4 mW. La puissance de la sonde est quand à elle très faible, elle varie entre 115 nW et 550 nW. En effet, il convient d'utiliser de faibles signaux d'entrée si l'on veut éviter une saturation du gain par le signal à l'intérieur

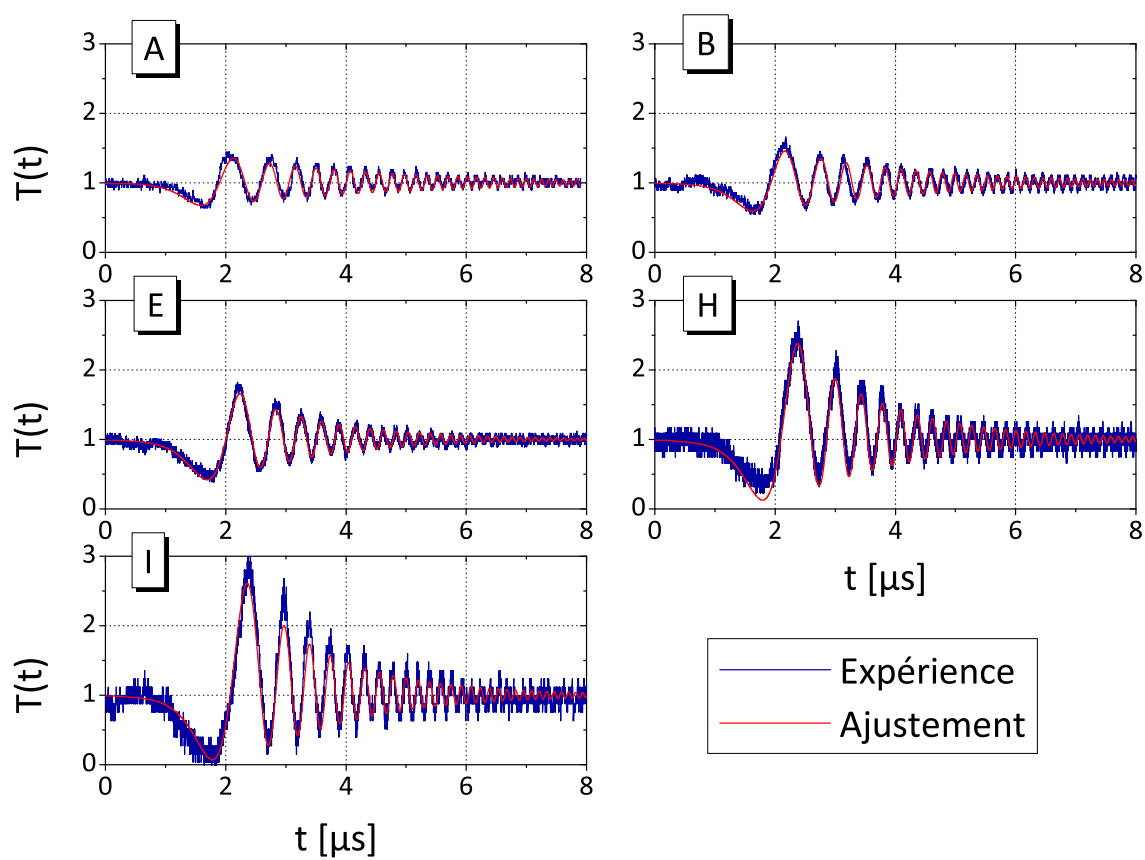


FIGURE 5.10 – Profils de transmission enregistrés en balayage rapide pour une microsphère en ZBLALiP de diamètre $90 \mu m$ dopée à 0,08 mol. % en ions Erbium.

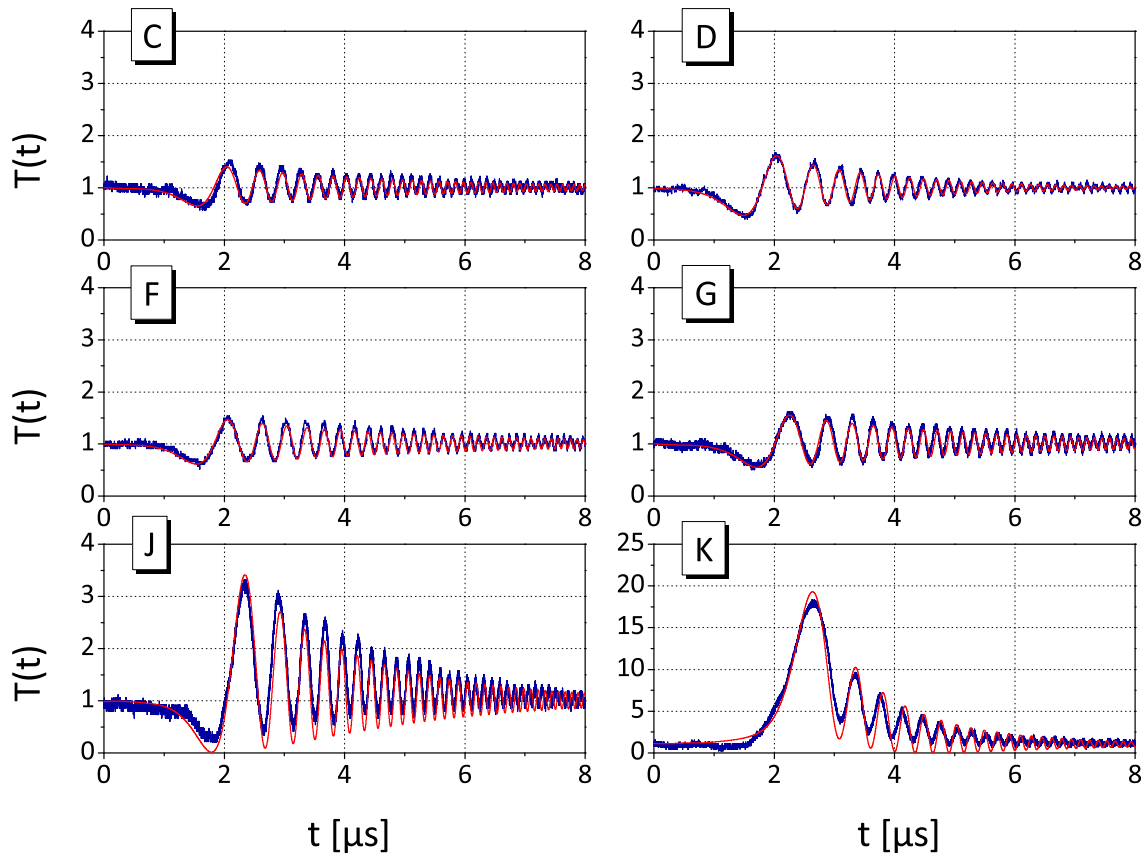


FIGURE 5.11 – Profils de transmission enregistrés en balayage rapide pour une microsphère en ZBLALiP de diamètre $145 \mu\text{m}$ dopée à 0,1 mol. % en ions Erbium.

de la sphère.

5.4.1 Méthode numérique d'obtention des valeurs de τ_0 et τ_e

Le profil de transmission obtenu expérimentalement $T_{exp}(t)$ est d'abord normalisé à partir de la valeur de la transmission hors-résonance. Ce signal est ensuite comparé au signal théorique $T_{theo}(t)$ qui dépend de τ_0 , τ_e et V_S calculé à partir des équations (5.3) et (5.4). Une procédure d'optimisation non-linéaire ayant comme paramètres ajustables τ_0 , τ_e et V_S est utilisée pour minimiser la valeur de σ^2 qui vaut :

$$\sigma^2(\tau_0, \tau_e, V_S) = \sum_{k=1}^N [T_{exp}(t_k) - T_{theo}(t_k, \tau_0, \tau_e, V_S)]^2, \quad (5.8)$$

avec N le nombre de points expérimentaux. En répétant la même mesure sur une même résonance on observe des fluctuations de l'ordre de 10 %. Pour le couplage critique (courbe D), ou les valeurs relatives de τ_0 et τ_e sont cruciales pour la détermination de $T(\omega_0)$, nous avons bien vérifié qu'en faisant varier les valeurs initiales du processus d'optimisation, les valeurs déduites ne différaient pas de plus de 0,1 %. Cette méthode a d'ailleurs déjà été validée dans des résonateurs à fibre optique [116] pour lesquels les coefficients de couplage sont connus. Dans un résonateur fibré à 4 ports d'entrée/sortie [56] (longueur de 20 m et coupleur 99%/1%), les valeurs obtenues par cette méthode ont été vérifiées pour des valeurs de facteur de qualité allant jusqu'à $3,3 \times 10^9$.

A partir de l'ajustement de nos courbes, nous déduisons donc les valeurs de τ_0 , τ_e et de la vitesse de balayage V_S . Les valeurs des temps de vie τ_0 et τ_e nous permettent d'obtenir toutes les propriétés linéaires de notre résonateur, c'est à dire le régime de couplage, le facteur de qualité intrinsèque $Q_0 = \omega_0 \tau_0 / 2$, le facteur de qualité global (cavité+couplage) Q , la transmission à résonance et le retard de groupe à résonance. Toutes les valeurs expérimentales sont regroupées dans le tableau 5.1 et tracées sur la figure 5.12 qui représente la transmission et le retard de groupe à résonance en fonction du temps de vie intrinsèque des photons.

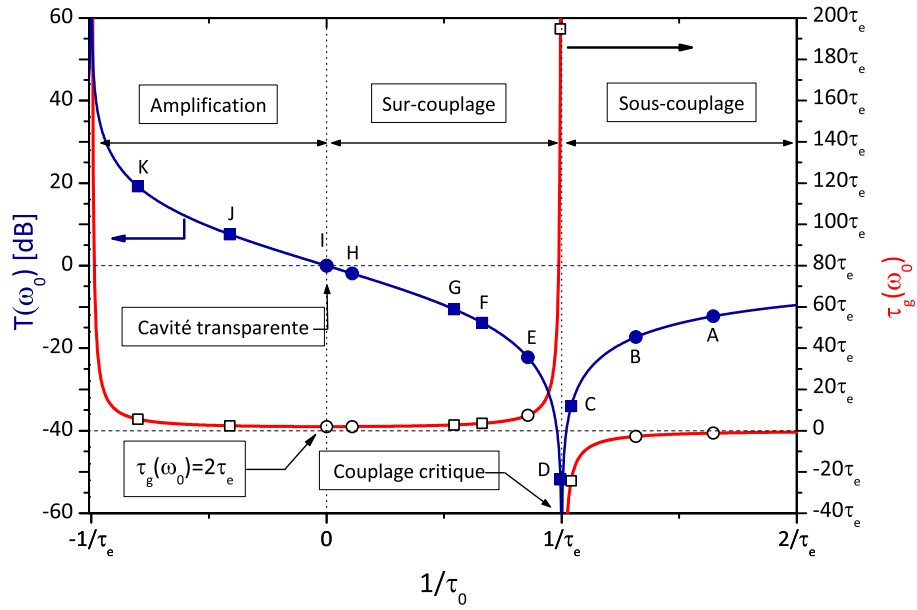


FIGURE 5.12 – Transmission et retard de groupe à résonance obtenus à partir de l’ajustement des profils de transmission A-K des figures 5.10 et 5.11.

TABLEAU 5.1 – Paramètres linéaires déduits des ajustements des des profils de transmission A-K des figures 5.10 et 5.11.

	τ_0	τ_e	Q_0	Q	$\tau_g(\omega_0)$	$T(\omega_0)$	Couplage
A	$4,6 \mu s$	$7,6 \mu s$	$2,8 \times 10^9$	$1,7 \times 10^9$	$-9,0 \mu s$	-12 dB	sous-couplage
B	$4,4 \mu s$	$5,7 \mu s$	$2,6 \times 10^9$	$1,5 \times 10^9$	$-16 \mu s$	-17 dB	sous-couplage
C	$6,3 \mu s$	$6,6 \mu s$	$3,8 \times 10^9$	$2,0 \times 10^9$	$-160 \mu s$	-34 dB	quasi-critique
D	$4,12 \mu s$	$4,10 \mu s$	$2,5 \times 10^9$	$1,2 \times 10^9$	$800 \mu s$	-52 dB	critique
E	$3,7 \mu s$	$3,2 \mu s$	$2,2 \times 10^9$	$1,0 \times 10^9$	$24 \mu s$	-22 dB	sur-couplage
F	$9,5 \mu s$	$6,3 \mu s$	$5,7 \times 10^9$	$2,3 \times 10^9$	$22 \mu s$	-14 dB	sur-couplage
G	$10 \mu s$	$5,5 \mu s$	$6,1 \times 10^9$	$2,1 \times 10^9$	$16 \mu s$	-11 dB	sur-couplage
H	$18 \mu s$	$1,9 \mu s$	$1,1 \times 10^{10}$	$1,1 \times 10^9$	$3,9 \mu s$	$-1,9 \text{ dB}$	sur-couplage
I	$\tau_0 \gg \tau_e$	$1,5 \mu s$	$Q_0 \gg Q$	$9,3 \times 10^8$	$3,1 \mu s$	$\approx 0 \text{ dB}$	transparence
J	$-3,3 \mu s$	$1,4 \mu s$	/	$1,4 \times 10^9$	$3,3 \mu s$	$7,6 \text{ dB}$	amplification
K	$-0,44 \mu s$	$0,35 \mu s$	/	$1,1 \times 10^9$	$2,0 \mu s$	19 dB	amplification

5.4.2 Analyse des différents résultats obtenus

En utilisant plusieurs microsphères tous les régimes de couplage ont pu être atteints. Par exemple la courbe D présente un cas presque parfait de couplage critique. En régime stationnaire, un tel résonateur pourrait être utilisé comme filtre coupe bande avec un taux de réjection d’environ 52 dB. A partir de l’ajustement de la courbe H nous obtenons un facteur de qualité intrinsèque $Q_0 = 1,1 \times 10^{10}$,

cela correspond à une finesse $F_0 = \lambda_0 Q_0 / (n\pi D) \approx 4,0 \times 10^7$ ou une atténuation du signal sur un tour de $1 - a^2 = 2\pi/F_0 = 1,6 \times 10^{-7}$ en prenant un indice de réfraction $n = 1.5$ et $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0 = 1560$ nm. Dans le cas d'une cavité presque transparente comme celle de la courbe I où $Q_0 \gg Q$, la transmission en régime stationnaire aurait été $T(\omega) = 1$. Les propriétés dispersives de notre résonateur n'auraient donc pas pu être mesurées alors qu'en analysant les oscillations obtenues en régime dynamique on obtient $\tau_e = 1,5 \mu s$ et on peut donc en déduire le retard de groupe. La courbe K est un exemple de régime d'amplification sélective avec un gain de 19 dB associé à une bande passante de 180 kHz.

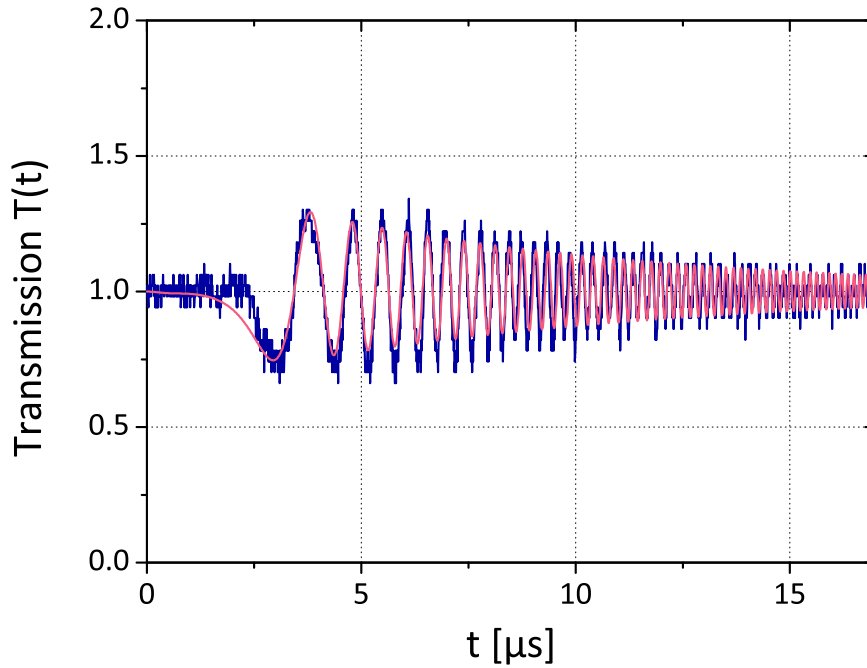


FIGURE 5.13 – Profil de transmission en régime dynamique dans une micropshère de diamètre $220 \mu m$ dopée aux ions Erbium à 0,1 mol. %. On en déduit les valeurs : $\tau_0 = 17,3 \mu s$, $\tau_e = 17,5 \mu s$ et donc $Q = 5,3 \times 10^9$.

Finalement, dans une microsphère de diamètre $220 \mu m$ dopée à 0,1 mol% en ions Erbium, nous présentons sur la figure 5.13 un profil de transmission correspondant à un facteur de qualité global $Q = 5,3 \times 10^9$ dans un régime de couplage proche du couplage critique (le facteur de qualité intrinsèque est $Q_0 = 1,05 \times 10^{10}$). Cette valeur de Q correspond au meilleur résultat que l'on peut ob-

tenir avec notre configuration expérimentale, elle est certainement limitée par la saturation du gain de par le signal intracavité qui est très fortement exalté du fait de la très haute finesse.

5.5 Discussion

Nous avons donc vu que le gain interne induit par le milieu actif de la cavité peut-être un moyen de compenser les pertes du matériau et d'atteindre des facteurs de qualité allant jusqu'à 5×10^9 . En fonction du régime de couplage, les microsphères dopées Erbium peuvent avoir diverses fonctions :

- En régime de couplage critique, elles peuvent être utilisées comme filtre coupe bande très sélectif avec un fort taux de réjection. La bande passante d'un tel filtre serait $2/(\pi\tau_0)$. Pour un résonateur passif elle est donc limitée par les pertes optiques et donc fixée pour un microrésonateur donné. Alors que dans les cas de nos résonateurs actifs, la bande passante peut-être ajustée en jouant sur le taux de pompage du résonateur.
- En régime de compensation des pertes ($Q_0 \rightarrow +\infty$), elles peuvent être utilisées comme lignes à retard variable transparentes ayant un retard de groupe maximal $\tau_g(\omega_0) = 2\tau_e$ qui peut être modifié en jouant sur le taux de couplage entre le résonateur et la ligne d'accès. Nous avons aussi montré que la méthode de balayage en régime dynamique appliquée à un résonateur en régime de transparence permet de mesurer ses propriétés linéaires, ce qui n'est pas possible en mesurant simplement la transmission stationnaire $T(\omega)$. De plus, de très petites absorptions ou de très hauts facteurs de qualité intrinsèques Q_0 peuvent-être mesurés avec cette méthode, cela implique de possibles applications dans le domaine des capteurs de grande sensibilité [122].
- Finalement, en régime d'amplification sélective elles peuvent servir à la fois de filtre passe bande sélectif et d'amplificateur pour des applications en hyperfréquences [14, 15].

L'approche décrite dans ce chapitre ne permet pas de dépasser un facteur de qualité de 10^{10} . Pour aller au delà de cette valeur d'autres méthodes doivent être mises en œuvre.

Chapitre 6

Contrôle du temps de vie des photons dans une microcavité par effets de lumière lente

Sommaire

6.1	Lumière lente	112
6.1.1	Indice de groupe et lumière lente	112
6.1.2	Ralentissement de la lumière	113
6.1.3	Méthodes d'obtention de la lumière lente	114
6.2	Oscillations Cohérentes de Populations (OCP)	115
6.2.1	Principe	115
6.2.2	Modélisation	118
6.2.2.1	Expression de la susceptibilité à la fréquence de la sonde	118
6.2.2.2	Simplification des expressions dans le cas homogène	121
6.2.2.3	Cas de l'élargissement inhomogène	122
6.3	Mise en évidence expérimentale du régime de lumière lente	123
6.3.1	Dispositif étudié	123
6.3.2	Montage expérimental	125
6.3.2.1	Description du matériel utilisé	125
6.3.2.2	Facteur de qualité des microsphères en ZBLALiP dopée Erbium sans effet de lumière lente	127
6.3.3	Mesure du retard de groupe	128
6.3.4	Augmentation du temps de vie des photons	134
6.4	Discussion	136

A ce jour, des facteurs Q supérieurs à 10^{11} ont seulement été obtenus dans des résonateurs à modes de galerie cristallins de taille millimétrique. Nous allons voir qu'en utilisant des effets de lumière lente dans un résonateur à modes de galerie monolithique, il est possible d'augmenter le temps de vie des photons dans la cavité de plusieurs ordres de grandeurs en contournant les limitations imposées par les imperfections du résonateur ou par l'absorption résiduelle. En effet comme démontré au chapitre 1, le facteur de qualité est proportionnel à l'indice de groupe du matériau :

$$Q = \frac{n_g(\omega_0)L\mathcal{F}}{\lambda_0}. \quad (6.1)$$

Pour une finesse donnée, le facteur Q de la cavité peut être fortement augmenté en utilisant un milieu dispersif ou un milieu à lumière lente caractérisé par un fort indice de groupe. Cet effet va être utilisé dans un microrésonateur amorphe pour dépasser les performances des minirésonateurs cristallins.

6.1 Lumière lente

6.1.1 Indice de groupe et lumière lente

Afin de comprendre le concept sur lequel repose le ralentissement de la lumière, il est important de rappeler la définition de la vitesse de groupe v_g . Considérons une impulsion lumineuse dont la fréquence centrale est ω_0 et qui se propage dans un milieu dispersif d'indice de réfraction $n(\omega)$. Si l'impulsion n'est pas trop déformée lors de sa propagation, alors la vitesse de groupe peut-être définie comme la vitesse de propagation du maximum du profil en intensité de l'impulsion. Cette vitesse s'exprime comme :

$$v_g = \frac{c}{n_g(\omega_0)}, \quad (6.2)$$

avec n_g l'indice de groupe du matériau considéré :

$$n_g(\omega_0) = n(\omega_0) + \omega_0 \left[\frac{dn}{d\omega} \right]_{\omega_0}. \quad (6.3)$$

Les équations précédentes (éqs.(6.2)&(6.3)) montrent clairement la dépendance de la vitesse de groupe avec la dispersion de l'indice de réfraction du milieu

$\left[\frac{dn}{d\omega}\right]_{\omega_0}$. Lorsque cette dispersion est forte ($dn/d\omega \gg 1$), la vitesse de groupe devient petite devant la vitesse de la lumière dans le vide, ce qui correspond donc à un régime de lumière lente ($v_g \ll c$).

Dans le cas d'une dispersion négative (dispersion anormale), il est possible d'être en régime de lumière rapide, c'est à dire $v_g > c$.

6.1.2 Ralentissement de la lumière

Nous avons vu que pour se placer dans un régime de lumière lente et augmenter notre facteur de qualité il est nécessaire d'avoir un milieu dans lequel l'indice de réfraction change rapidement avec la fréquence. Kramers et Kronig ont montré qu'une telle variation était associée à une résonance. Afin de comprendre cela, considérons les relations de Kramers-Krönig qui relient les parties imaginaires et réelles de la susceptibilité χ du milieu. En optique, cela correspond à l'indice de réfraction n et l'absorption α du milieu :

$$n(\omega) = 1 + \frac{c}{\pi}vp \int_0^{+\infty} \frac{\alpha(s)}{s^2 - \omega^2} ds \quad (6.4a)$$

$$\alpha(\omega) = -\frac{4\omega^2}{\pi c}vp \int_0^{+\infty} \frac{n(s) - 1}{s^2 - \omega^2} ds \quad (6.4b)$$

A partir des relations (6.4a)&(6.4b) on montre que la présence d'une fenêtre de transparence dans le spectre d'absorption va induire une très forte dispersion normale ($\left[\frac{dn}{d\omega}\right]_{\omega_0} \gg 0$) et donc un indice de groupe élevé. Ce cas est illustré sur la figure 6.1 en prenant une absorption de la forme :

$$\alpha(\delta) = \alpha_0 \left(1 - \frac{a}{1 + (\delta T)^2} \right), \quad (6.5)$$

avec α_0 la valeur de l'absorption hors de la fenêtre de transparence, a un nombre réel compris entre 0 et 1 qui définit la profondeur du trou créé dans le profil d'absorption (la profondeur vaut $\alpha_0 a$) et $1/T$ sa largeur à mi-hauteur. A partir des relations de Kramers-Krönig on obtient alors l'expression de l'indice de réfraction :

$$n(\delta) = n_0 + \frac{a\alpha_0 c}{2\omega_0} \frac{\delta T}{1 + (\delta T)^2}, \quad (6.6)$$

et on en déduit celle de l'indice de groupe :

$$n_g(\delta) = \frac{a\alpha_0 c}{2} T \frac{1 - (\delta T)^2}{(1 + (\delta T)^2)^2}. \quad (6.7)$$

Plus la fenêtre de transparence sera étroite ($1/T$ petit) et profonde (a proche de 1) et plus la variation de l'indice de réfraction sera forte et donc également la valeur d'indice de groupe qui à résonance ($\delta = 0$) est proportionnelle au produit $a\alpha_0 T$.

De la même manière, on peut montrer qu'une fenêtre d'absorption dans un profil de gain induirait une forte dispersion dite anormale ($\left[\frac{dn}{d\omega}\right]_{\omega_0} \ll 0$).

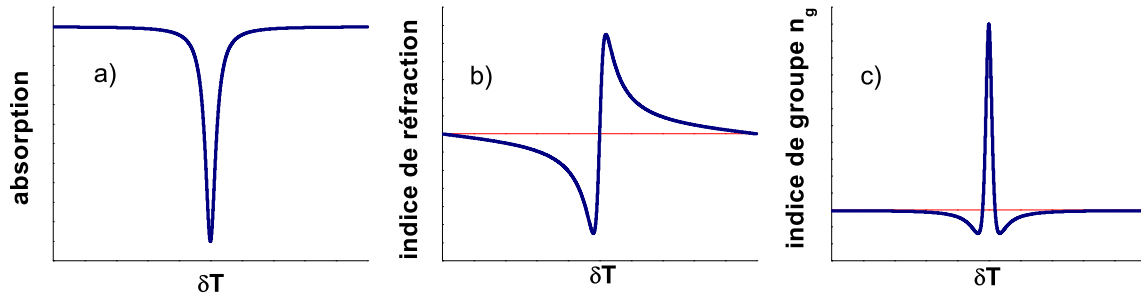


FIGURE 6.1 – Illustration des relations de Kramers Krönig. La présence d'une fenêtre de transparence dans le profil d'absorption (a) induit une forte variation de l'indice de réfraction (b) et donc un fort indice de groupe (c).

Afin de se placer dans un régime de lumière lente il faut donc utiliser un effet physique qui va produire une fenêtre de transparence suffisamment étroite dans le profil d'absorption.

6.1.3 Méthodes d'obtention de la lumière lente

Depuis quelques années le ralentissement de la lumière est un sujet de recherche très actif [123]. Plusieurs approches sont utilisées pour contrôler la vitesse de groupe. On peut utiliser des résonances structurelles, comme celles des cristaux photoniques [124–127], des systèmes de résonateurs couplés [128] ou encore des réseaux de Bragg inscrits dans les fibres optiques [129]. Des effets non-linéaires comme l'effet Brillouin [130–132] ou le mélange d'ondes [133,134] permettent également d'obtenir des régimes de lumière lente ou ultra lente.

D'autres méthodes s'appuient sur les interactions résonantes entre la lumière et la matière [135]. Pour s'affranchir de l'absorption liée à la dispersion du matériau, on utilise des effets cohérents quantiques tels que la transparence induite électromagnétiquement (TIE) ou les oscillations cohérentes de populations (OCP) qui sont obtenues dans différents systèmes tels que le Ruby [41], les semiconducteurs [136] ou encore les molécules photo-isomérisables [137]. La mise en œuvre de la TIE est délicate et nécessite, pour avoir une forte efficacité, l'utilisation d'atomes froids [73] ayant une structure de niveaux d'énergie complexe (au moins trois niveaux d'énergie) et/ou l'utilisation de champs électromagnétiques d'intensités élevées. A contrario, les OCP s'obtiennent aisément dans un système à deux niveaux [138] et à température ambiante. Elles permettent de conjuguer une très forte dispersion et une réduction de l'absorption de la lumière.

6.2 Oscillations Cohérentes de Populations (OCP)

6.2.1 Principe

L'effet d'OCP met en jeu un système atomique à deux niveaux, notés $|1\rangle$ et $|2\rangle$, séparés par une énergie $\hbar\omega_{12}$ (figure 6.2). Dans notre cas, ces deux niveaux sont respectivement les niveaux $^4I_{15/2}$ et $^4I_{13/2}$ de l'Erbium. Ce système atomique interagit avec deux faisceaux cohérents : d'une part un faisceau de pompe intense de pulsation ω et d'autre part un faisceau de sonde de pulsation $\omega + \delta$. Ces deux champs électromagnétiques sont en quasi-résonance avec le système atomique (ω , $\omega + \delta \approx \omega_{12}$).

L'interaction entre les deux faisceaux va donner lieu à un battement en intensité à la pulsation δ . Si ce battement est plus lent que l'inverse du temps de relaxation $T_1 = \frac{1}{\gamma_{nat}}$ (environ 10 ms dans notre cas) des populations alors ces dernières peuvent se mettre à osciller à la pulsation δ . Cela est illustré sur le schéma de principe de la figure 6.3, l'absorption va donc être modulée à cette même pulsation et on observe que le signal d'entrée est en opposition de phase avec la modulation de l'absorption. Un minimum du signal d'entrée correspond à un maximum d'absorption et inversement, l'amplitude de la modulation va donc être augmentée. On peut montrer via un simple modèle basé sur les équations de taux [139–141]

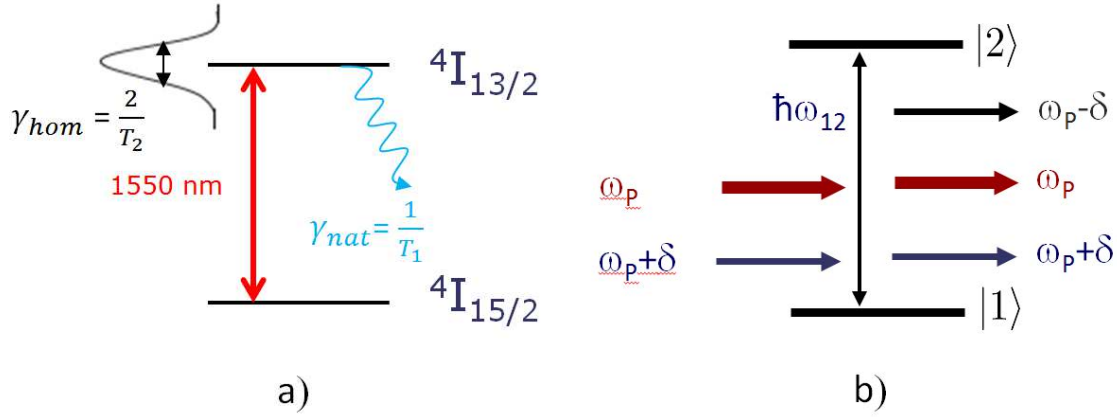


FIGURE 6.2 – Système à deux niveaux.

que dans un milieu à absorbant saturable ce phénomène conduit à une diminution de l'absorption de la sonde. Cependant ce modèle n'est valable que pour une transition élargie de manière homogène. Dans le cas où elle est élargie de manière inhomogène, comme dans notre cas, nous devons utiliser le formalisme de la matrice densité afin de pouvoir modéliser nos résultats pour des puissances d'entrées élevées [142].

Pour la sonde, une fenêtre de transparence de largeur γ_{nat} s'ouvre alors à l'intérieur de la raie d'absorption de largeur homogène $\gamma_{hom} = \frac{1}{2\pi T_2}$ (figure 6.4 a)) avec T_2 le temps de vie des cohérences optiques. A cette variation rapide de l'absorption correspond une forte dispersion de l'indice de réfraction comme cela est illustré sur la figure 6.4 b), ce qui va induire une forte augmentation de l'indice de groupe (figure 6.4 c)).

L'interaction entre les champs électromagnétiques pompe et sonde avec les populations conduit donc à retarder le faisceau sonde de manière très importante.

L'effet d'oscillations cohérentes de population a déjà été observé dans l'Erbium. Notamment, un retard de groupe de 1,3 ms a été mesuré dans un cristal de Y_2SiO_4 de 3 mm de long à une température de 4 K [47]. et un retard de groupe de 2,5 ms a été mesuré dans une fibre optique de 2 m à température ambiante [142].

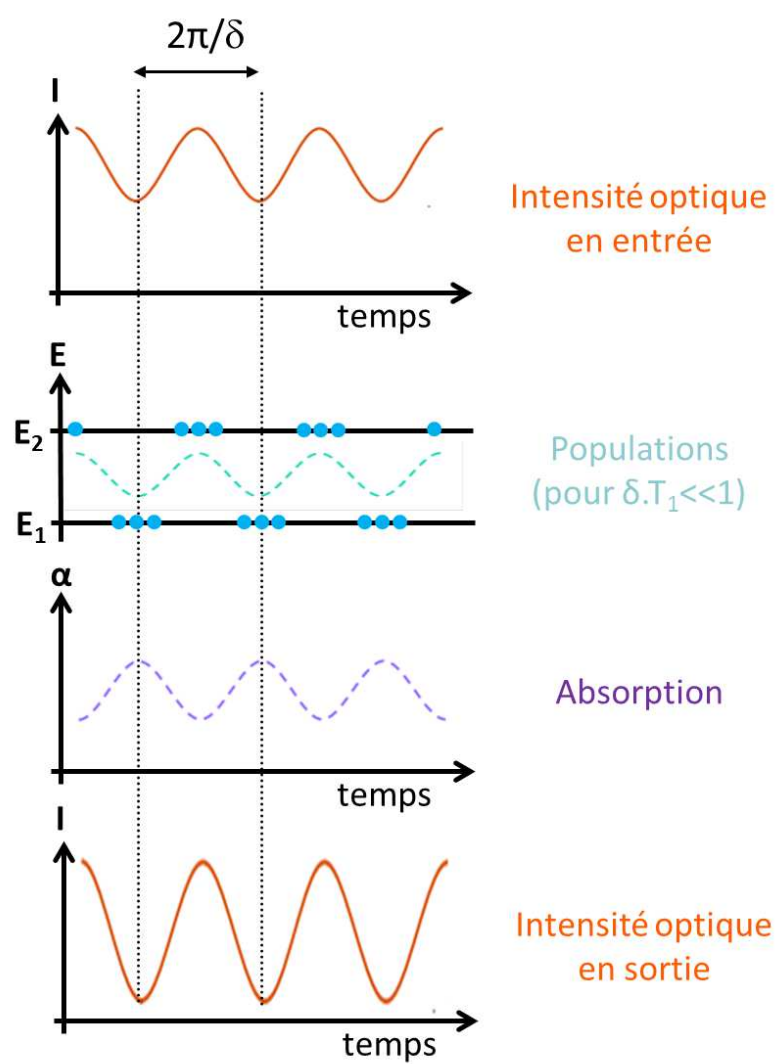


FIGURE 6.3 – Schéma de principe de l'effet d'OCP.

Le but de notre travail est d'obtenir des retards de groupe de l'ordre de la milliseconde, à température ambiante et dans un dispositif de taille micrométrique.

6.2.2 Modélisation

6.2.2.1 Expression de la susceptibilité à la fréquence de la sonde

Nous utilisons l'outil de la matrice densité pour un système à deux niveaux afin d'obtenir l'expression de la susceptibilité à la fréquence angulaire $\omega_P + \delta$ dans l'approximation d'un élargissement homogène [142, 143]. Ce modèle prend en compte les différents décalages en fréquence entre la pompe, les sondes et le système atomique et permet également de tenir compte de l'élargissement inhomogène. Nous considérons un système atomique à deux niveaux interagissant avec une pompe à la pulsation ω et deux sondes¹ décalées d'une pulsation $\pm\delta$ par rapport à la pompe. Les deux sondes ont une intensité faible devant celle de la pompe. On note $\Delta = \omega_P - \omega_{12}$ le décalage entre la fréquence angulaire de la pompe et celle de la résonance atomique. Nous nous intéressons à l'évolution de la différence de population $w = \rho_{11} - \rho_{22}$ et de l'amplitude complexe du dipôle $p = \mu_{12} \rho_{12} e^{i\omega t}$. Ces évolutions sont données par les équations de Bloch optiques :

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = i(\Delta - \frac{1}{T_2})p - i\frac{|\mu_{21}|^2}{\hbar}\mathcal{E}w \\ \frac{dw}{dt} = -\frac{w - w_{eq}}{T_1} + \frac{4}{\hbar}\text{Im}(p\mathcal{E}^*) \end{cases}, \quad (6.8)$$

avec $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_1 e^{-i\delta t} + \mathcal{E}_{-1} e^{i\delta t}$ le champ total et w_{eq} la différence de population à l'équilibre. Afin de résoudre ce système d'équations nous cherchons des solutions de type :

$$\begin{cases} p = p_0 + p_1 e^{-i\delta t} + p_{-1} e^{i\delta t} \\ w = w_0 + w_1 e^{-i\delta t} + w_{-1} e^{i\delta t} \end{cases}. \quad (6.9)$$

On fait l'hypothèse que les termes $p_{\pm 1}$ et $w_{\pm 1}$ sont petits devant p_0 et w_0 (tout comme \mathcal{E}_{-1} et \mathcal{E}_1 le sont devant \mathcal{E}_0) et on négligera tous les termes croisés entre $p_{\pm 1}$ et $w_{\pm 1}$. La densité de population w est une quantité réelle, on a donc w_0 réel

1. La provenance des deux sondes est due au choix expérimental fait pour obtenir le signal d'entrée. Ce dernier est modulé en amplitude, nous avons donc une porteuse et deux bandes latérales.

et $w_1 = w_{-1}^*$.

Après calcul au premier ordre les solutions suivantes sont obtenues :

$$\begin{aligned}
 w_0 &= \frac{w_{eq}(1 + (\Delta T_2)^2)}{1 + (\Delta T_2)^2 + \Omega^2 T_1 T_2} \\
 w_1 &= \frac{2|\mu_{21}|^2 w_0 (\delta + \frac{2i}{T_2})}{\hbar^2 \mathcal{D}(\delta)} \left[\mathcal{E}_0 \mathcal{E}_{-1}^* \frac{\Delta + \delta + \frac{i}{T_2}}{\Delta + \frac{i}{T_2}} + \mathcal{E}_0^* \mathcal{E}_1 \frac{\Delta - \delta - \frac{i}{T_2}}{\Delta - \frac{i}{T_2}} \right] \\
 w_{-1} &= w_1^* \\
 p_0 &= \frac{|\mu_{21}|^2 \mathcal{E}_1 w_0}{\hbar (\Delta + \frac{i}{T_2})} \\
 p_1 &= \frac{w_0 |\mu_{21}|^2 \mathcal{E}_1}{\hbar (\Delta + \delta + \frac{i}{T_2})} \left[1 - \frac{\Omega^2 (\delta - \Delta + \frac{i}{T_2}) (\delta + \frac{2i}{T_2})}{2 \mathcal{D}(\delta) (\Delta - \frac{i}{T_2})} + \frac{\Omega^2 \mathcal{E}_0^2 \mathcal{E}_{-1}^* (\Delta + \delta + \frac{i}{T_2}) (\delta + \frac{2i}{T_2})}{2 |\mathcal{E}_0|^2 \mathcal{E}_1 \mathcal{D}(\delta) (\Delta + \frac{i}{T_2})} \right] \\
 p_{-1} &= \frac{|\mu_{21}|^2 (\mathcal{E}_0 w_{-1} + \mathcal{E}_{-1} w_0)}{\hbar (\Delta - \delta + \frac{i}{T_2})}
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

où $\Omega = 2|\mu_{21}| \mathcal{E}_0 / \hbar$ est la pulsation de Rabi de la pompe et

$$\mathcal{D}(\delta) = \left(\delta + \frac{j}{T_1} \right) \left(\Delta + \delta + \frac{j}{T_2} \right) \left(\delta - \Delta + \frac{j}{T_2} \right) - \frac{S}{T_1 T_2} \left(\delta + \frac{j}{T_2} \right). \tag{6.11}$$

La susceptibilité homogène du milieu à la pulsation $\omega + \delta$ se déduit à partir de la relation :

$$\chi_h^{(1)}(\omega_P + \delta) = \frac{N p_1}{\epsilon_0 \mathcal{E}_1}. \tag{6.12}$$

En posant de plus que l'absorption non-saturée vaut $\alpha_0 = -\frac{\omega}{c} N \omega_{eq} |\mu_{21}|^2 \frac{T_2}{\epsilon_0 \hbar}$ et le paramètre de saturation $S = \Omega^2 T_1 T_2$ on obtient alors :

$$\chi_h^{(1)}(\omega_P + \delta) = -\frac{\alpha_0 c}{\omega_P T_2} \frac{1}{(\Delta + \delta + j/T_2)} \frac{1}{1 + \frac{S}{1 + (\Delta T_2)^2}} \left[1 - \frac{S}{T_1 T_2} \frac{(\delta - \Delta + j/T_2)(\delta + 2j/T_2)}{\mathcal{D}(\delta)(\Delta - j/T_2)} \right]. \tag{6.13}$$

L'absorption et l'indice de réfraction de la sonde à $\omega_P + \delta$ sont déduits à partir des expressions :

$$\begin{aligned}
 \alpha(\omega_P + \delta) &= \frac{\omega_P}{c} \text{Im} \left[\chi_h^{(1)}(\omega_P + \delta) \right] \\
 n(\omega_P + \delta) &= 1 + \frac{1}{2} \text{Re} \left[\chi_h^{(1)}(\omega_P + \delta) \right].
 \end{aligned} \tag{6.14}$$

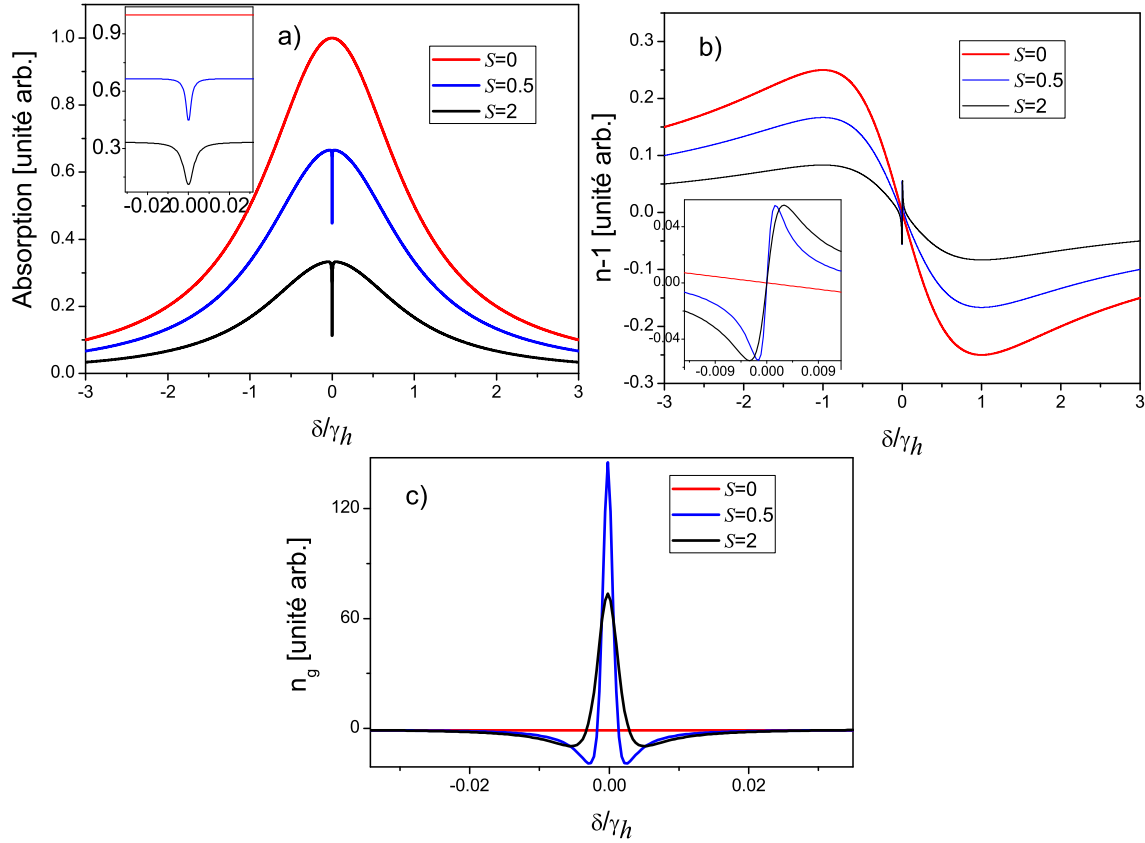


FIGURE 6.4 – Absorption (a), dispersion (b) et indice de groupe (c) en fonction du désaccord pompe sonde pour un système à deux niveaux élargi de manière homogène tel que $\gamma_{hom} = 100\gamma_{nat}$, pour différentes valeurs de puissances (le paramètre S représente ici la puissance d'entrée normalisée par rapport à la puissance de saturation de l'absorption)

Les figures 6.4 représentent les profils de l'absorption, de la dispersion et de l'indice de groupe pour différents paramètres de saturation S . Nous avons pris $\gamma_{hom} = 100\gamma_{nat}$ afin de pouvoir observer sur la même courbe l'élargissement homogène et le trou spectral dû aux OCP. Cependant en pratique, dans l' Er^{3+} à température ambiante nous avons $\gamma_{hom} = 10^{10}\gamma_{nat}$. On observe que la largeur du trou spectral augmente avec les valeurs de $S = I/I_{sat}$ (avec I l'intensité de la pompe et I_{sat} l'intensité de saturation de l'absorption). Sur la figure de dispersion les courbes de pentes négatives sont dues à la largeur homogène et les très fortes variations de l'indice de réfraction ayant une pente positive (que l'on peut observer sur le zoom) sont dues aux OCP. La variation d'indice est plus forte pour $S = 0,5$ que pour $S = 2$, cela se répercute bien sur les valeurs d'indices de groupe.

6.2.2.2 Simplification des expressions dans le cas homogène

Dans l'hypothèse où le temps de vie des cohérences optiques T_2 est petit devant le temps de vie du niveau excité T_1 ($T_2 \ll T_1$, en pratique dans l' Er^{3+} $T_2 \approx 1$ ps et $T_1 \approx 10$ ms) et pour une pompe à résonance, les expressions de l'absorption α et de l'indice de réfraction n à la fréquence de la sonde $\omega_P + \delta$ sont :

$$\begin{cases} \alpha(\omega_P + \delta) = \frac{\alpha_0}{1+S} \left(1 - \frac{2S(1+S)}{(1+S)^2 + (\delta T_1)^2} \right) \\ n(\omega_P + \delta) = 1 + \frac{c\alpha_0}{\omega_P(1+S)} \cdot \frac{S\delta T_1}{(1+S)^2 + (\delta T_1)^2} \end{cases} \quad (6.15)$$

Dans notre cas l'absorption α_0 varie entre 0.09 cm^{-1} et 0.11 cm^{-1} suivant le taux de dopage en ions Er^{3+} (dans nos expériences ils sont de 0,08 ou 0,1 mol%) et la longueur d'onde de la pompe. La première équation montre explicitement que pour une sonde telle que $\delta T_1 \ll 1$ une étroite fenêtre de transparence se crée dans le profil d'absorption du système à deux niveaux. Ce trou dans l'absorption est associé à une forte variation de l'indice de réfraction.

On exprime maintenant l'indice de groupe $n_g = n + \omega \frac{dn}{d\omega}$:

$$n_g(\omega_P + \delta) \approx \frac{\alpha_0 c T_1 S}{(1+S)^3}. \quad (6.16)$$

Cette équation permet de bien visualiser l'intérêt de l'ion Er^{3+} pour la lumière lente du fait de son long temps de vie $T_1 \approx 10$ ms conduisant à de forts indices de groupe ($n_g > 10^6$). Cette propriété va donc nous permettre d'augmenter le temps de vie des photons dans notre cavité comme le montre l'équation (6.1).

Remarque sur la valeur de I_{sat} . Afin d'avoir un ordre d'idée des valeurs d'intensité mise en jeu, calculons P_{in} la puissance à l'entrée de la sphère nécessaire pour atteindre une intensité intracavité de l'ordre de l'intensité de saturation I_{sat} dont l'expression est :

$$I_{sat} = \frac{hc}{\lambda_0 \sigma_{abs} T_1}, \quad (6.17)$$

avec h la constante de Planck et σ_{abs} la section efficace d'absorption vue au chapitre 2 (qui vaut $5,5 \cdot 10^{-21} \text{ cm}^2$ à $\lambda_0 = 1530 \text{ nm}$). Pour $\lambda_0 = 1530 \text{ nm}$ et $T_1 = 10$ ms nous

obtenons $I_{sat} = 2,4 \text{ kw/cm}^2$.

Pour atteindre cette valeur, la puissance en entrée de la sphère doit être :

$$P_{in} = \frac{I_{sat} V_{eff}}{B 2\pi R}, \quad (6.18)$$

avec B le facteur d'augmentation du champ qui vaut $B = \frac{2}{\pi}F$ avec F la finesse du résonateur. V_{eff} le volume non linéaire du mode de cavité considéré. Nous prenons le volume non-linéaire car l'effet d'OCP est un effet de mélange à 4 ondes [144]. Prenons par exemple un mode $n = 1$ et $\ell - |m| = 5$, à 1530 nm, dans une sphère de rayon 50 μm . Le volume non-linéaire de ce mode est de 9680 μm^3 . En considérant une finesse de 1000 (valeur typiquement obtenue dans nos sphères) cela nous donne $P_{in} = 1,2 \mu\text{W}$. En pratique nous ne connaissons pas les valeurs n , ℓ et m du mode que nous excitons mais ce calcul permet de montrer qu'il est possible de saturer notre milieu avec très peu de puissance.

6.2.2.3 Cas de l'élargissement inhomogène

Pour de fortes valeurs de S l'élargissement inhomogène de la transition atomique doit être pris en compte [142, 143]. La susceptibilité vaut alors :

$$\chi_{inh}^{(1)}(\omega_P + \delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \chi_h^{(1)}(\omega_P + \delta, \Delta) g(\Delta) d\Delta, \quad (6.19)$$

où la forme gaussienne et la largeur (γ_{inh}) de l'élargissement inhomogène sont modélisées par :

$$g(\Delta) = \frac{1}{\gamma_{inh} \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\Delta^2}{\gamma_{inh}^2}\right). \quad (6.20)$$

L'indice de réfraction et l'absorption de la sonde peuvent ensuite être déduits de l'équation (6.19) en adaptant les relations (6.14).

6.3 Mise en évidence expérimentale du régime de lumière lente

6.3.1 Dispositif étudié

La figure 6.5 présente le principe utilisé pour le couplage de notre microsphère. Notre dispositif est constitué d'une sphère en ZBLALiP dopée Erbium et de deux coupleurs. Nous avons deux ports de sortie que nous nommerons *drop* et *through*. Le deuxième (*through*), dont nous avons déjà étudié au chapitre 1 la fonction de transfert nous servira à obtenir la transmission de notre résonance, tandis que les mesures de retard de groupe seront effectuées à partir du signal récolté sur le port *drop*.

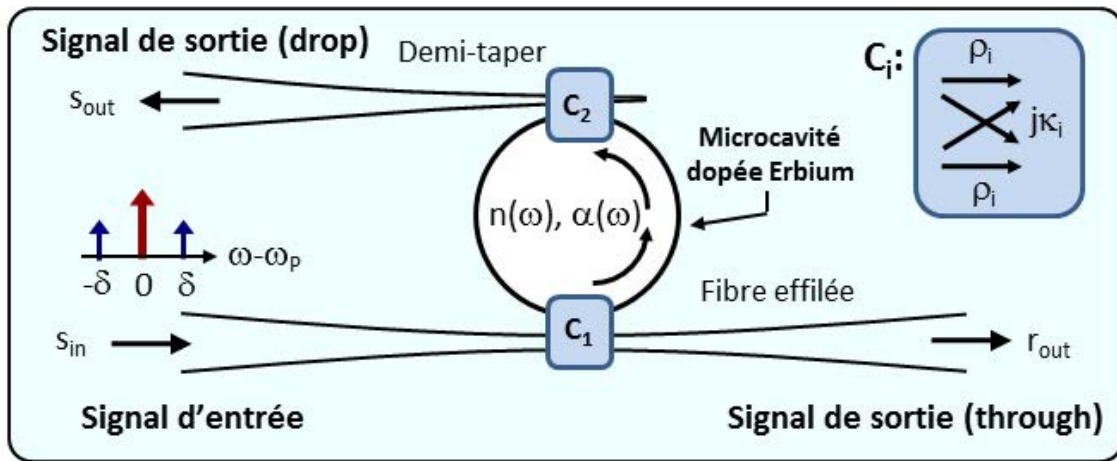


FIGURE 6.5 – Schéma de principe du couplage d'une microsphère. Le signal d'entrée s_{in} est inséré dans la cavité via une fibre effilée qui permet également d'extraire le signal r_{out} . Un demi-taper est utilisé pour extraire le champ sur le port *drop* (s_{out}). Le couplage entre la microsphère et les tapers est modélisé à partir des matrices de transfert et en utilisant les coefficients ρ_i et $j\kappa_i$ avec $i \in \{1, 2\}$ et $(\rho_i, \kappa_i) \in \mathbb{R}^2$ tels que $\rho_i^2 + \kappa_i^2 = 1$.

La fonction de transfert $H = s_{out}/s_{in}$ liée au signal extrait sur le port *drop* est donnée par :

$$H(\omega) = \frac{-\kappa_1 \kappa_2 \sqrt{a} \exp[j\phi(\omega)/2]}{1 - a \rho_1 \rho_2 \exp[j\phi(\omega)]}, \quad (6.21)$$

où $\phi(\omega) = n(\omega)\omega L/c$ et $a = \exp(-\alpha L/2)$. La transmission $T = |H|^2$ est :

$$T(\omega) = \frac{(\kappa_1 \kappa_2)^2 a}{1 - 2a \rho_1 \rho_2 \cos \phi(\omega) + (a \rho_1 \rho_2)^2}. \quad (6.22)$$

La fonction de transmission en intensité est représentée sur la figure 6.6. On remarque que cette fonction présente des pics positifs et est analogue la fonction de transmission d'un résonateur de type Fabry-Perot.

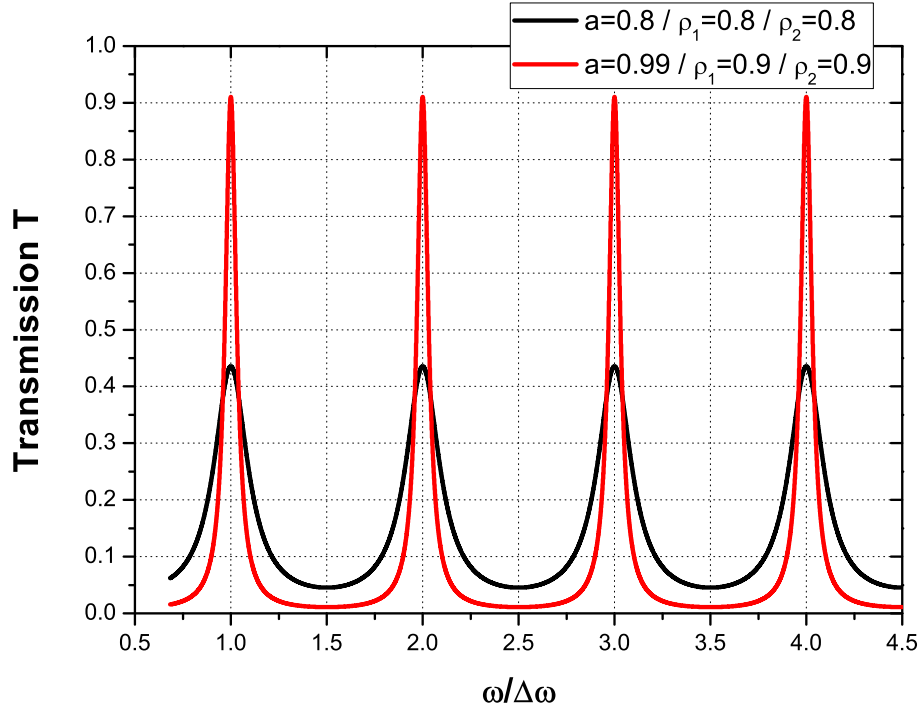


FIGURE 6.6 – Fonction de transfert en intensité $T(\omega) = |H(\omega)|^2$ d'un résonateur en anneau pour un signal extrait sur le port *drop* pour différents couples (a, ρ) .

La finesse \mathcal{F} de la cavité définie par $\mathcal{F} = 2\pi/\delta\varphi$ où $\delta\varphi$ est la largeur à mi-hauteur de la résonance dans l'espace des phases à ω_0 est :

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{a\rho_1\rho_2}}{1 - a\rho_1\rho_2}, \quad (6.23)$$

ce qui nous donne pour une cavité de bonne finesse ($a\rho_1\rho_2 \approx 1$) :

$$\mathcal{F} \approx \frac{\pi}{1 - a\rho_1\rho_2}. \quad (6.24)$$

Nous pouvons en déduire la valeur du facteur de qualité à partir de l'expression

$$Q = \mathcal{F} \times \frac{\omega_0}{2\pi} \times \frac{d\varphi}{d\omega} :$$

$$Q = \frac{n_g(\omega_0)L\mathcal{F}}{\lambda_0}. \quad (6.25)$$

Le déphasage φ introduit par la cavité est :

$$\begin{aligned}\varphi(\omega) &= \arg [h(\omega)] \\ &= \pi + \frac{\phi(\omega)}{2} + \arctan \left[\frac{a\rho_1\rho_2 \sin \phi(\omega)}{1 - a\rho_1\rho_2 \cos \phi(\omega)} \right],\end{aligned}\quad (6.26)$$

Proche de la résonance nous avons $\phi(\omega) \approx 0$ (2π) et donc :

$$\begin{aligned}\varphi(\omega) &\approx \pi + \frac{\phi(\omega)}{2} \cdot \frac{1 + a\rho_1\rho_2}{1 - a\rho_1\rho_2} \\ &\approx \pi + \frac{\phi(\omega)\mathcal{F}}{\pi}.\end{aligned}\quad (6.27)$$

Les propriétés dispersives de la cavité peuvent être déduites du retard de groupe $\tau_g = d\varphi/d\omega$ qui s'exprime (pour ω_0 à résonance ou en quasi-résonance) :

$$\tau_g(\omega_0) \approx \frac{n_g L \mathcal{F}}{\pi c}. \quad (6.28)$$

Cette dernière équation va nous permettre de justifier l'utilisation du port *drop* pour les mesures de lumière lente. En effet on a vu au chapitre 1 que le retard de groupe sur le port *through* diverge lorsque l'on est dans un couplage proche du couplage critique. On peut noter que ce n'est pas le cas du retard de groupe mesuré sur le port *drop*. Afin d'être certain que le retard de groupe mesuré ne soit induit que par les oscillations cohérentes de populations et pas par le couplage nous avons décidé de ne pas utiliser le port *through* pour nos expériences de lumière lente. Un autre avantage de l'utilisation du port *drop* est que le retard de groupe mesuré présente une expression très simple et directement proportionnelle au produit de l'indice de groupe par la finesse ce qui nous permettra d'interpréter plus facilement nos résultats expérimentaux.

6.3.2 Montage expérimental

6.3.2.1 Description du matériel utilisé

Le montage utilisé est présenté figure 6.7. Les deux tapers ont un diamètre inférieur à $2 \mu\text{m}$. La position de la microsphère est figée et les deux tapers sont montés sur un micro-positionneur 3 axes afin de pouvoir contrôler leurs positions. Le laser de sonde est une diode laser à cavité externe émettant dans la bande C ($\lambda_s \approx 1530 \text{ nm}$) et ayant une largeur à mi-hauteur de 150 kHz . Afin d'obtenir la

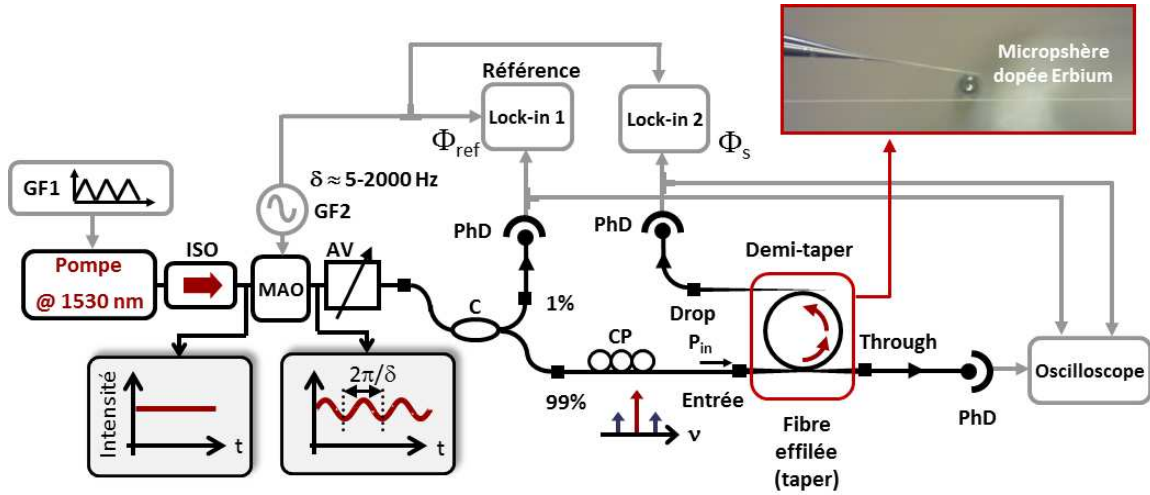


FIGURE 6.7 – Montage expérimental permettant la mise en évidence du régime de lumière lente dans une microsphère. GF1 & GF2 : générateurs de fonction, ISO : isolateur optique, MAO : modulateur acousto-optique, AV : atténuateur variable, C : coupleur, PhD : photodiode, CP : contrôleur de polarisation, Lock-in : lock-in amplifieur (détection synchrone). $P_{in} = |s_{in}|^2$ est la puissance d'entrée.

transmission de nos résonances la fréquence du laser est balayée linéairement sur 6 GHz via un signal triangle (100 Hz 18 V crête à crête). Les détecteurs bas-bruit à gain variable (New Focus 2011-FC-M) sont utilisés avec le même gain transimpédance (bande passante DC-100 kHz). Les deux détections synchrones (Stanford Research System SR830) sont identiques. La modulation d'amplitude du signal de pompe permettant d'obtenir le signal de sonde est réalisée en utilisant un modulateur acousto-optique fibré (AA Optoelectronic MT80-IIR60-Fio-SM0.5) ayant un temps de montée de 60 ns. Le générateur de fonction (FG2 sur la figure 6.7, Tektronix AFG3252) utilisé avec le driver du modulateur acousto-optique a un temps de montée inférieur à 2.5 ns.

Remarque

Alors que largeur spectrale du laser utilisé (150 kHz) est grande devant la largeur de la fenêtre de transparence due aux OCP, nous verrons que nous arrivons tout de même à la détecter. En effet, il a été montré [140] que l'effet d'OCP n'est pas sensible aux bruits de fréquence et d'intensité du laser utilisé mais seulement aux bruits du battement entre les faisceaux pompe et sonde.

6.3.2.2 Facteur de qualité des microsphères en ZBLALiP dopée Erbium sans effet de lumière lente

La première étape consiste à évaluer la valeur de la finesse de nos sphères. Expérimentalement elle est obtenue via la mesure du facteur de qualité de la résonance considérée. Nous avons explicité au chapitre 3 les différents termes intervenant dans la définition du facteur de qualité intrinsèque en prenant comme exemple une sphère en verre de silice. Nous allons maintenant voir ce qu'il en est pour les sphères en verre de ZBLALiP. Nous avons vu que les **pertes radiatives** dépendent principalement du diamètre du résonateur. Ce dernier ayant un rayon d'environ $50\ \mu\text{m}$, ce terme ne sera pas limitant. Les résonateurs en verre de ZBLALiP et de silice sont réalisés par une méthode de fusion. On peut donc considérer que les **pertes dues à l'inhomogénéité de l'état de surface** des résonateurs en verre de ZBLALiP sont du même ordre de grandeur que pour une sphère en silice et ne sont donc pas limitantes. Dans le cas d'une sphère en ZBLALiP, les **pertes par contamination** seront moindres car le phénomène d'absorption d'ions OH^- présent dans le cas des sphères en silice n'existe pas. Elles seront seulement dues à la présence de poussière ou d'une fine pellicule d'eau à la surface du résonateur du fait de l'humidité ambiante. Lors du choix de nos microsphères, beaucoup de précautions sont prises afin qu'aucune poussière ne soit présente dans le plan équatorial du résonateur. De plus, l'utilisation de déshumidificateurs permet de limiter le taux d'humidité. Ces pertes ne seront pas non plus celles qui limite le facteur de qualité intrinsèque.

Le facteur de qualité intrinsèque Q_0 est donc limité par les **pertes intrinsèques au matériau**. En effet, le verre de ZBLALiP présente une atténuation bien plus élevée qu'un verre de silice, de plus il faut également prendre en compte les absorptions par les ions terres rares. Les verres de ZBLALiP que nous utilisons dans nos expériences ont des taux de dopage en ions Erbium de 0,08 et 0,1 mol%. Les valeurs d'absorption et de facteur de qualité pour des verres de ZBLALiP dopés avec différentes concentrations en ions Erbium sont regroupées dans le tableau 6.1.

Concentration d'Er ³⁺ (mol %)		0,05	0,08	0,1	0,3
Concentration d'Er ($\times 10^{19}$ ions/cm ³)		0,0945	0,152	0,189	0,567
$\lambda = 1530$ nm	α_{abs} (cm ⁻¹)	0,057	0,092	0,11	0,35
	Q_{mat}	$1,1 \times 10^6$	$6,6 \times 10^5$	$5,6 \times 10^5$	$1,7 \times 10^5$
$\lambda = 1550$ nm	α_{abs} (cm ⁻¹)	0,026	0,042	0,050	0,158
	Q_{mat}	$2,3 \times 10^6$	$1,4 \times 10^6$	$1,2 \times 10^6$	$3,8 \times 10^5$

TABLEAU 6.1 – Absorption et facteur de qualité pour des verres de ZBLALiP dopés avec différentes concentrations en ions Erbium.

Le valeur maximale théorique du facteur de qualité à 1530 nm est de quelques 10^6 . Le facteur de qualité intrinsèque de nos résonateurs est donc très largement limité par les pertes intrinsèques au matériau. Cela nous donne des valeurs de finesse de l'ordre de 1000.

6.3.3 Mesure du retard de groupe

La mise en évidence du régime de lumière lente passe par la mesure du retard de groupe τ_g introduit par le milieu à lumière lente [41, 47]. Dans notre configuration vue figure 6.5, en considérant une cavité fortement couplée telle que $\kappa_1^2 + \kappa_2^2 \gg \alpha_0 L/8$ afin d'éviter le régime de bistabilité d'absorption et de négliger son comportement non-linéaire [145], le retard de groupe est donné par (pour ω_0 proche de la résonance) :

$$\tau_g(\omega_0) \approx \frac{n_g L \mathcal{F}}{\pi c}, \quad (6.29)$$

et donc le retard de groupe vu la sonde à $\omega_p + \delta$ ($\delta T_1 \ll 1$) est :

$$\tau_g(\omega_p + \delta) \approx \frac{n_g(\omega_p + \delta)L}{c} \times \frac{\mathcal{F}}{\pi}. \quad (6.30)$$

Le retard de groupe que l'on mesure est donc celui qui serait obtenu dans un milieu à lumière lente ayant une longueur effective $L \times \mathcal{F}/\pi$. Afin de mesurer ce retard de groupe, un laser de pompe monomode à $\lambda_p = 1530$ nm est modulé en intensité via une modulation en $1 + \mathcal{M} \cos(\delta t)$ de la puissance RF pilotant un modulateur acousto-optique (MAO) comme illustré dans la figure 6.7. Pour de

faibles valeurs de \mathcal{M} (dans notre cas $2\mathcal{M} = 10\%$) le signal d'entrée est donc constitué d'une pompe à ω_P et de deux faibles bandes latérales à $\omega_P \pm \delta$ agissant comme des sondes.

Le signal d'entrée est inséré dans la microsphère via une fibre effilée et le signal de sortie est extrait sur le port *drop* en utilisant un demi-taper. Le retard de groupe se déduit du déphasage $\Phi = \Phi_s - \Phi_{ref}$ entre la modulation d'entrée (Φ_{ref}) et celle de sortie (Φ_s) en mesurant $t_g = \Phi/\delta$.

La relation entre Φ et l'indice de réfraction se déduit du calcul du signal de sortie sur le port *drop*. Pour un laser modulé en intensité, le signal d'entrée est :

$$s_{in}(t) = [s_0 + s_1 \exp(-j\delta t) + s_{-1} \exp(j\delta t)] \exp(-j\omega_P t) \quad (6.31)$$

avec $s_1 = s_{-1} = \mathcal{M}s_0/4$. Le champ de sortie sur le port *drop* peut donc être défini à partir de la fonction de transfert (6.21) :

$$s_{out}(t) = [h(\omega_P)s_0 + h(\omega_P + \delta)s_1 \exp(-j\delta t) + h(\omega_P - \delta)s_{-1} \exp(j\delta t)] \exp(-j\omega_P t), \quad (6.32)$$

ce qui nous donne pour la puissance détectée sur le port drop (au premier ordre) :

$$|s_{out}(t)|^2 = |h(\omega_P)|^2 |s_0|^2 + 4s_0s_1 |h(\omega_P)| |h(\omega_P + \delta)| \cos[\Psi(\delta)] \cos[\delta t - \Phi(\delta)] \quad (6.33)$$

où $\Psi(\delta) = \varphi(\omega_P) - \frac{\varphi(\omega_P + \delta) + \varphi(\omega_P - \delta)}{2}$. Puisque $\Psi(\delta) \approx 0$ le signal de sortie s'écrit :

$$|s_{out}(t)|^2 \approx |h(\omega_P)|^2 |s_0|^2 + M(\delta) \cos[\delta t - \Phi(\delta)], \quad (6.34)$$

où le déphasage de la modulation est donné par :

$$\Phi(\delta) = \frac{\varphi(\omega_P + \delta) - \varphi(\omega_P - \delta)}{2}, \quad (6.35)$$

avec $\varphi(\omega)$ donné dans l'équation 6.27. Son amplitude $M(\delta)$ est :

$$M(\delta) = 4s_0s_1 |h(\omega_P)| |h(\omega_P + \delta)| = 4s_0s_1 \sqrt{T(\omega_P)T(\omega_P + \delta)}. \quad (6.36)$$

Puisque $\omega_P \frac{dn}{d\omega_P} \Big|_{\omega_P} \gg 1$, on peut montrer que :

$$\begin{aligned} t_g(\delta) &= \frac{\omega_P L \mathcal{F}}{\pi c} \cdot \frac{n(\omega_P + \delta) - n(\omega_P - \delta)}{2\delta} \\ &= \frac{\alpha_0 T_1 L \mathcal{F}}{\pi} \frac{S}{1 + S} \frac{1}{(1 + S)^2 + (\delta T_1)^2}, \end{aligned} \quad (6.37)$$

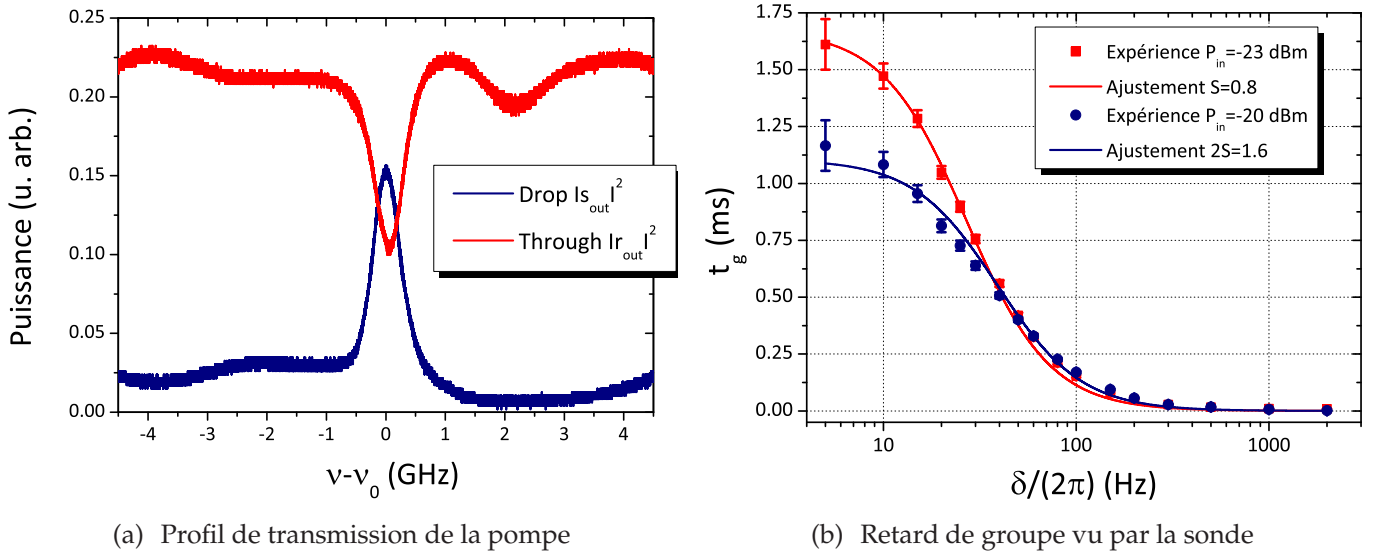


FIGURE 6.8 – Résultats expérimentaux de lumière ultra-lente à $\lambda_P = 1530,5$ nm dans une microsphère de diamètre $D = 95 \mu\text{m}$ dopée à 0,1 mol. % en ions Erbium. a) Spectre de transmission de la pompe sur les ports *drop* et *through*. $\nu = \omega/(2\pi)$ est la fréquence du laser accordable et ν_0 la fréquence de la résonance de cavité. b) Retard de groupe expérimental t_g pour deux puissances d'entrée différentes (S et $2S$ car la seconde courbe a été obtenue pour une puissance d'entrée égale au double de celle utilisée pour la première). La puissance normalisée du signal intracavité S est déduite de l'ajustement.

donc pour $\delta T_1 \ll 1$ nous avons $t_g(\delta) \approx \tau_g(\omega_P + \delta)$ et donc t_g est une bonne estimation de τ_g . Dans le cadre de cette expérience, nous avons utilisé une microsphère de diamètre $D = 95 \mu\text{m}$ ayant un taux de dopage de 0,1 mol. % en ions Erbium.

Nous sélectionnons d'abord (sans la modulation en intensité) une résonance de cavité proche du maximum d'absorption (1530 nm) en balayant la longueur d'onde de la pompe sur 6 GHz. Après avoir calibré la vitesse de balayage, nous enregistrons les courbes de transmission en sortie de taper (port *through*) et sur le port *drop* comme montré sur la figure 6.8(a). La largeur de la résonance de pompe est dans ce cas proche de 600 MHz, ce qui correspond à un facteur de qualité pour la pompe de $Q_P = 3,3 \times 10^5$. Le laser de pompe est ensuite finement placé au centre de la résonance (ν_0) puis modulé via le MAO. Les mesures de $t_g(\delta)$ sont reportées figure 6.8(b) pour deux puissances différentes à l'entrée du taper : $P_{in} = -23$ dBm and $P_{in} = -20$ dBm. Les données expérimentales ont été ajustées simultanément en utilisant S (l'intensité normalisée pour $P_{in} = -23$ dBm), T_1 et \mathcal{F} comme para-

mètres. Nous avons obtenu $T_1 = 10,7$ ms ce qui est en bon accord avec les durées de vie mesurées ≈ 13 ms) pour le niveau $^4I_{13/2}$ dans le ZBLALiP pour le taux de dopage utilisé [81]. Il est à noter que la différence d'environ 20 % entre le temps de vie obtenu et celui mesuré dans le verre massif a déjà été reportée dans d'autres matériaux [87].

La valeur de la finesse déduite de ces mesures est $\mathcal{F} = 1100$ ce qui nous donne un facteur de qualité pour la pompe $\lambda_p \mathcal{F} / (\pi n_0 D) = 3,2 \times 10^5$ (où $n_0 = 1,5$ est l'indice de réfraction du ZBLALiP à ω_p) en très bon accord avec la valeur déduite à partir de la mesure directe (méthode de balayage en fréquence).

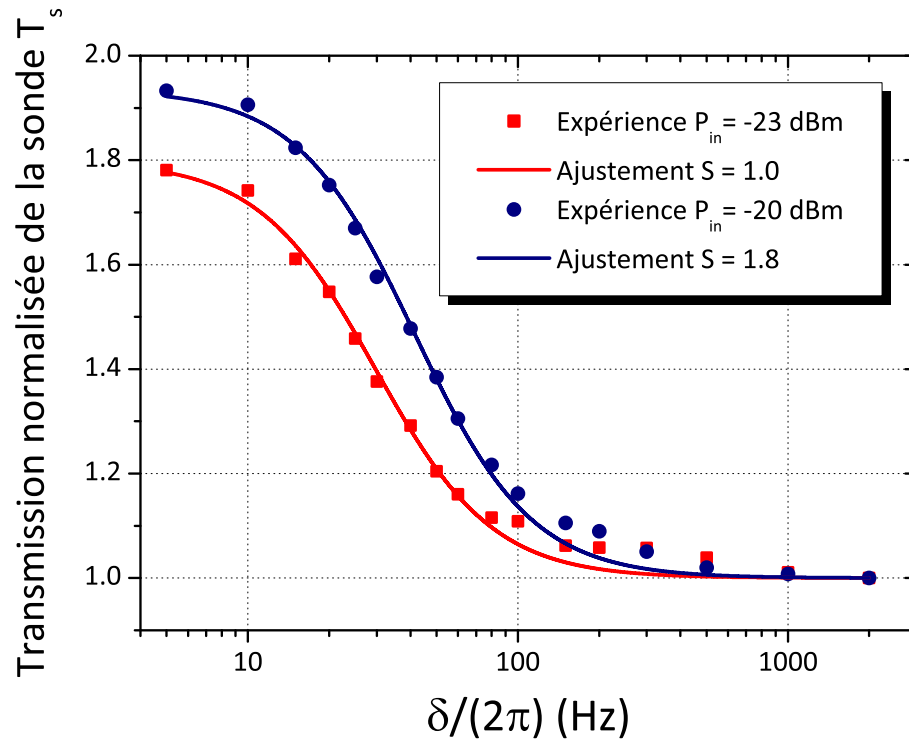


FIGURE 6.9 – Transmission normalisée de la sonde T_s pour deux valeurs de la puissance d'entrée à $\lambda_p = 1530,5$ nm dans une microsphère de diamètre $D = 95 \mu\text{m}$ dopée à 0,1 mol. % en ions Erbium.

Dans ces mêmes conditions expérimentales nous avons également relevé l'amplitude de la modulation $M(\delta)$ sur le port *drop* qui est proportionnelle à la racine carrée de la transmission de la sonde sur le port *drop* (équation 6.36). Sur la figure 6.9 est représenté la transmission normalisée de la sonde $T_s(\delta) = (M(\delta)/M_\infty)^2$ où M_∞ est l'amplitude de la modulation pour $\delta T_1 \rightarrow \infty$. En utilisant toujours l'ap-

proximation d'une cavité faiblement non-linéaire, la transmission normalisée de la sonde est reliée à la finesse de la microcavité par (voir Annexe A) :

$$T_s(\delta) \approx 1 + \frac{2S\mathcal{F}\alpha_0 D}{(1+S)^2 + (\delta T_1)^2}. \quad (6.38)$$

A partir de cette équation, nous avons réalisé un ajustement de nos résultats : pour $P_{in} = -23$ dBm nous avons obtenu $S = 1$ et $\mathcal{F} = 1540$ tandis que pour $P_{in} = -20$ dBm nous avons $S = 1,8$ et $\mathcal{F} = 1950$. Pour S les résultats sont consistants avec ceux précédemment obtenus à partir de l'ajustement du retard de groupe t_g . La différence entre les valeurs obtenues pour la finesse entre les ajustements de t_g et T_s provient des approximations qui ont été faites afin d'obtenir une expression analytique simple pour T_s . Néanmoins, l'équation (6.38) prévoit que l'effet de cavité (via \mathcal{F}) va augmenter la profondeur de la fenêtre de transparence due à l'effet d'OCP ce qui est en bon accord avec les résultats expérimentaux.

Nous avons aussi étudié le rôle de la puissance de pompe en faisant varier la puissance d'entrée et donc la puissance de pompe intracavité. La figure 6.10 représente le retard de groupe t_g mesuré pour différentes valeurs de la puissance intracavité normalisée.

Comme nous l'avons déjà signalé, pour de fortes valeurs de S l'élargissement inhomogène de la transition doit être pris en compte. Les ajustements des résultats expérimentaux sont réalisés en utilisant le modèle d'un milieu élargi de manière inhomogène. Les paramètres d'ajustement sont le coefficient permettant la normalisation de la puissance de pompe (utilisé pour obtenir la valeur de S), la largeur de l'élargissement inhomogène γ_{inh} et le temps de vie des cohérences optiques T_2 . A partir de la procédure d'ajustement on trouve $T_2 \approx 1$ ps, ce qui correspond environ à un élargissement homogène de 10 cm^{-1} . Cette valeur est en bon accord avec les valeurs trouvées dans la littérature dans des verres fluorés dopés Erbium [146]. L'élargissement inhomogène est quant à lui légèrement supérieur à l'élargissement homogène ($\gamma_{inh} > 1/T_2$) comme attendu dans des matériaux dopés Er^{3+} [142].

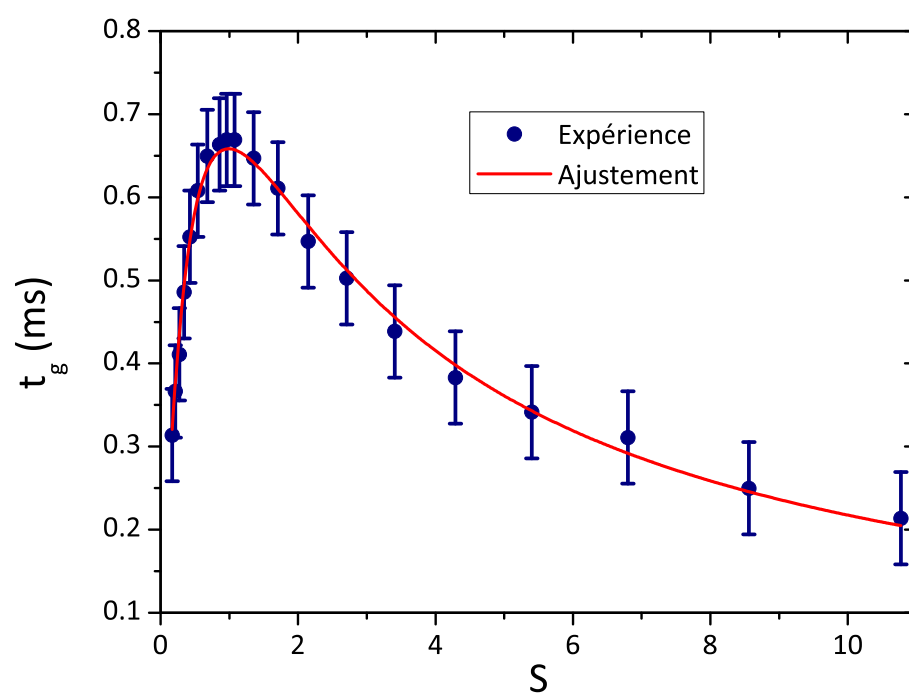


FIGURE 6.10 – Retard de groupe de la sonde t_g à $\delta = 10$ Hz pour différentes valeurs de S mesuré à $\lambda_p = 1527$ nm dans une microsphère de diamètre $D = 100$ μm dopée à 0,1 mol. % en ions Erbium in a 0,1 mol. %. Dans cette expérience le facteur de qualité de la pompe est $Q_p = 2 \times 10^5$.

6.3.4 Augmentation du temps de vie des photons

En plus du retard de groupe, nous avons aussi mesuré le temps de vie des photons dans la cavité hybride (définie comme le résonateur à mode de galerie contenant le milieu à lumière lente) via une méthode de cavity ring-down.

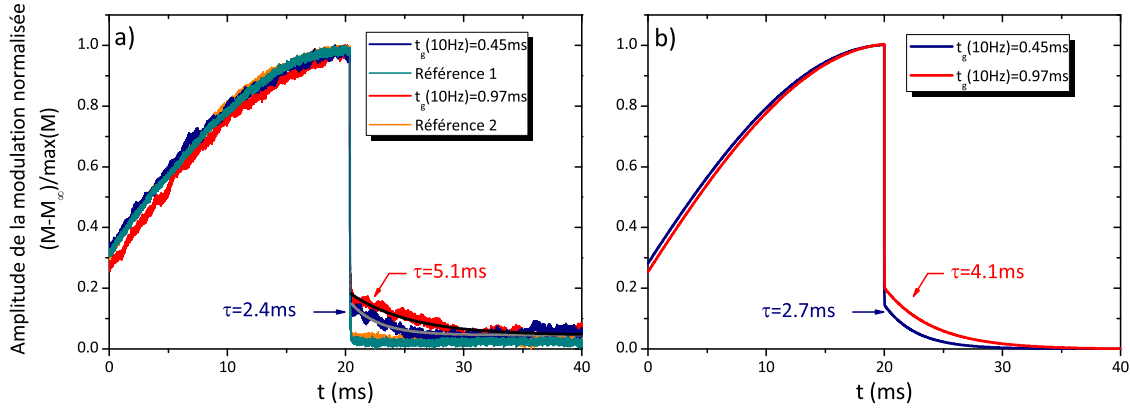


FIGURE 6.11 – a) Mesures de cavity ring-down pour deux configurations expérimentales différentes. A $t = 20$ ms la modulation est stoppée. Pour les deux expériences nous donnons aussi le signal de référence. b) Calculs théoriques obtenus à partir du modèle basé sur les équations de taux. Les valeurs de temps de vie du niveau excité et de la longueur d'onde state sont respectivement $T_1 = 10$ ms and $\lambda_P = 1530$ nm. Pour $t_g = 0,45$ ms : $Q_P = 1,8 \times 10^5$, $\tau_{a0} = 0,9$ ns, $S = 3,3$; Pour $t_g = 0,97$ ms : $Q_P = 2,6 \times 10^5$, $\tau_{a0} = 1,1$ ns, $S = 2,1$.

Pour ce faire, nous avons modifié la forme de la fonction de modulation de la puissance RF pilotant le MAO : après quelques cycles d'oscillations les deux bandes latérales sont coupées et seule la pompe subsiste. Le temps de vie de la cavité est alors déduit des ajustements de la décroissance exponentielle du signal de modulation sur le port *drop*. Les résultats expérimentaux sont donnés figure 6.11.a) pour deux configurations expérimentales différentes. Nous donnons également les signaux détectés sur le port de référence afin de montrer que la décroissance exponentielle n'est pas due à la réponse des instruments. Le signal de sortie comporte en réalité deux composantes exponentielles. La première est liée à la cavité dite à froid (résonance de la cavité sans effet d'OCP) et a un temps de décroissance très court (pour un facteur Q de 10^5 le temps de décroissance est d'environ 100 ps). Il est à noter que cette décroissance n'est pas temporellement résolue par notre montage expérimental. La seconde est très longue et correspond aux photons de la sonde voyant l'effet combiné de la cavité et de l'effet

d'OCP. Dans les deux cas nous donnons aussi le retard de groupe obtenu par la mesure du déphasage de la modulation. Sur la figure 6.11.b) nous reportons les courbes théoriques qui ont été obtenues à partir d'un modèle utilisant les équations de taux [139–141, 145] qui convient bien pour la modélisation des propriétés dynamiques des cavités [40, 116]. Il a été montré que dans l'approximation d'un élargissement homogène, les équations de taux peuvent être utilisées pour modéliser l'effet d'OCP [139–141]. Ce modèle nous permet de calculer l'évolution du mode de cavité $u(t)$. Afin de prendre en compte l'interaction du champ avec le système à deux niveaux nous avons couplé l'équation différentielle décrivant $u(t)$ à une autre équation différentielle décrivant la densité de population sur le niveau haut [40, 145] N_e :

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \left(j\omega_0 - \frac{1}{\tau_p} + \frac{N_e}{N_t \tau_{a0}} \right) u + \sqrt{\frac{2}{\tau_{c1}}} s_{in}(t) \\ \frac{dN_e}{dt} &= -\frac{N_e}{T_1} - \frac{|u|^2}{T_1 |u_{sat}|^2} (N_e - N_t) \\ s_{out}(t) &= \sqrt{\frac{2}{\tau_{c2}}} u(t) \end{aligned} \quad (6.39)$$

où $|u_{sat}|^2$ l'énergie intracavité de saturation, $\tau_{a0} = \frac{2n_0}{c\alpha_0}$, $\tau_{ci} = \frac{2n_0 L}{c\kappa_i^2}$ avec $i \in \{1, 2\}$, $\frac{1}{\tau_p} = \frac{1}{\tau_{c1}} + \frac{1}{\tau_{c2}} + \frac{1}{\tau_{a0}}$ et $N_t = \frac{N_0}{2}$ avec N_0 est la densité d'ions Er^{3+} . Le facteur de qualité pour la pompe est lié à τ_p par $Q_p = \omega_p \tau_p / 2$ car τ_p est le temps de vie de l'amplitude du champ dans la cavité. Pour un signal d'entrée quelconque $s_{in}(t)$ l'intégration des équations (6.39) donne le signal de sortie. En utilisant l'équation (6.31) comme signal d'entrée nous pouvons numériquement déduire les valeurs de $M(\delta)$ et $\Phi(\delta)$. Dans nos calculs nous considérons $\tau_{c1} = \tau_{c2}$ car nous avons vérifié que le régime de couplage n'a pas d'impact sur nos résultats et que seul la valeur du facteur de qualité global Q est importante. Le seul paramètre d'ajustement dans ce calcul est l'amplitude du signal d'entrée (s_0 ou S). Nous avons ajusté cette valeur afin d'obtenir en régime stationnaire la valeur de t_g correspondante. On obtient un bon accord entre la théorie et l'expérience à la fois pour le temps de vie (τ) et pour l'amplitude du signal de décroissance. Dans cette expérience nous obtenons le double de la valeur du temps de vie de la cavité puisque nous mesurons le battement entre la pompe et la sonde [116]. Dans la configuration la mieux optimisée ($t_g = 0,97$ ms), nous avons un temps de stockage des photons dans la

cavité de $\tau_{cav} = \tau/2 = 2,5$ ms pour le signal de sonde.

6.4 Discussion

Nous avons mis en évidence expérimentalement le régime de lumière ultra-lente dans un microrésonateur à modes de galerie en obtenant un indice de groupe d'environ 4×10^6 . Le fort ralentissement de la lumière nous permet d'augmenter le temps de stockage des photons dans la cavité de 200 ps à 2,5 ms. Le temps de vie des photons de la cavité hybride correspond à un facteur Q de 3×10^{12} . En régime stationnaire, les résultats expérimentaux sont bien expliqués par une simple modélisation d'un milieu dispersif introduit dans une cavité de grande finesse. Un modèle numérique a été utilisé pour étudier le comportement dynamique de la cavité et prédire avec un bon accord le temps de stockage des photons.

De plus ce travail montre que des effets cohérents ou dispersifs peuvent être combinés efficacement avec une résonance d'un microrésonateur optique à l'état solide. L'augmentation du facteur Q pourrait donc être observée en utilisant la *TIE*, le piégeage cohérent de population ou le *persistent hole burning* dans des résonateurs à modes de galerie dopés avec d'autres ions [147]. Utilisés à la place des OCP, ces effets permettraient d'augmenter la transparence du milieu dispersif. De plus dans l'approche via les OCP, la pompe et les champs sondes doivent être très peu désaccordés en fréquences. Cela peut poser des problèmes pour des applications potentielles. L'utilisation d'autres effets cohérents pourraient supprimer cet inconvénient. Un autre moyen de passer outre ce problème consisterait à utiliser une pompe et une sonde non-colinéaires [140].

Ces résultats expérimentaux peuvent non seulement être interprétés comme une augmentation du temps de vie de la cavité par effet de lumière lente mais aussi comme un effet de lumière lente amélioré par un effet de cavité. En effet, l'effet de lumière lente n'aurait pas pu être observé dans le verre massif fabriqué avec le même verre. Du fait de la faible longueur de propagation, le déphasage accumulé sur un simple passage serait trop faible pour être mesuré. Dans notre cas nous tirons avantage du très grand nombre de passages dans la cavité (≈ 700 pour $\mathcal{F} = 1100$) afin d'augmenter le retard de groupe.

En étendant cette approche à d'autres mécanismes cohérents dans l'Erbium [77] il pourrait être possible d'obtenir des mémoires quantiques optiques solides miniaturisées et fibrées [148].

Conclusion

Au cours de cette thèse, nous avons développé deux techniques permettant de contrôler les performances de microrésonateurs à modes de galerie dopés Erbium pour une application potentielle en terme de ligne à retard optique.

Après avoir présenté les propriétés optiques et spectroscopiques de nos microrésonateurs ainsi que leur méthode de fabrication nous nous sommes intéressés à la méthode permettant une caractérisation complète de leurs propriétés linéaires. Cette technique basée sur un balayage rapide de la résonance de cavité permet d'obtenir la valeur de leur facteur de qualité dans tous les régimes de couplage (incluant même le régime de transparence) et de séparer les contributions intrinsèque (du résonateur) et extrinsèque (du coupleur) aux pertes de la cavité. Cela nous permet par la suite d'obtenir les propriétés dispersives du résonateur. Cette méthode a été employée afin de mesurer les propriétés de résonateurs actifs, présentant donc du gain interne qui vient compenser les pertes internes liées à l'absorption du matériau qui sont limitantes dans le cas de nos résonateurs en ZBLALiP. Des facteurs de qualité chargés de 5×10^9 correspondant à un facteur de qualité intrinsèque de 10^{10} ont ainsi pu être mesurés. A partir d'un procédé de fabrication très simple qui ne nécessite ni salle blanche ni procédures spécifiques telle que le polissage ou le recuit nous obtenons de très forts facteurs de qualité. En plus d'une augmentation du facteur de qualité, le gain interne offre un paramètre supplémentaire de contrôle du couplage, cela nous a permis d'obtenir tous les régimes de couplage d'un résonateur à partir du sous couplage jusqu'au régime d'amplification sélective. Nous avons atteint en particulier le régime de transparence, un micro-résonateur dans un tel régime peut trouver des applications comme ligne à retard variable transparente ayant un retard de groupe qui peut être modifié en jouant sur le taux de couplage entre le résonateur et la ligne d'accès.

Dans une seconde partie nous avons mis en évidence expérimentalement le régime de lumière ultra-lente dans un microrésonateur à modes de galerie. Un indice de groupe d'environ 4×10^6 a été obtenu ce qui caractérise un très fort ralentissement de la lumière. Ceci nous a permis d'augmenter, dans une microcavité, le temps de stockage des photons de 200 ps à 2,5 ms ce qui correspond à un facteur Q de 3×10^{12} . Nous avons ainsi montré que des effets cohérents ou dispersifs peuvent être combinés avec une résonance d'un microrésonateur optique à l'état solide. En terme de perspective, toujours dans le but d'augmenter le facteur de qualité de microrésonateurs, nous pourrions utiliser d'autres effets cohérents comme la transparence induite électromagnétiquement, le piégeage cohérent de population ou le *persistent hole burning* [147]. Ces effets permettraient d'augmenter la transparence du milieu dispersif. De plus dans notre approche, les faisceaux de pompe et de sonde ont des fréquences très proches, cela peut poser des problèmes pour l'extraction du signal retardé dans des applications de ligne à retard optique. L'utilisation d'autres effets cohérents ou d'une pompe et d'une sonde non-colinéaires [140] pourraient supprimer cet inconvénient. En étendant l'approche développée dans ce manuscrit à d'autres mécanismes cohérents dans l'Erbium [77] il pourrait être possible d'obtenir des mémoires quantiques miniaturisées à l'état solide.

Annexe A

Calcul du coefficient de transmission en intensité de la sonde

On nomme $T_0(a_0) = T(\omega_0, a)$ la transmission de la cavité à *résonance* pour une valeur donnée de a_0 qui est la transmission sur un tour. Nous avons donc :

$$T_0(a_0) = \frac{a_0(\kappa_1\kappa_2)^2}{(1 - a_0\rho_1\rho_2)^2}. \quad (\text{A.1})$$

Nous considérons une petite variation de la transmission sur un tour $a = a_0 + \delta a$, les nouvelles valeurs de transmission sont donc données par :

$$\begin{aligned} T_0(a) &= T_0(a_0) + \frac{\partial T_0}{\partial a_0} \delta a \\ &= T_0(a_0) + T_0(a_0) \cdot \frac{1 + a_0\rho_1\rho_2}{1 - a_0\rho_1\rho_2} \cdot \frac{\delta a}{a_0} \\ &\approx T_0(a_0) + T_0(a_0) \cdot \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \cdot \frac{\delta a}{a_0}, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

qui peut être réécrite :

$$\frac{T_0(a_0 + \delta a)}{T_0(a_0)} \approx 1 + \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \cdot \frac{\delta a}{a_0}. \quad (\text{A.3})$$

Considérons maintenant la transmission de la sonde. L'absorption a deux contributions $\alpha(\delta) = \alpha_{inc} + \alpha_c(\delta)$, où α_{inc} est l'absorption classique et α_c la diminution de l'absorption due à l'effet d'OCP :

$$\begin{aligned} \alpha_{inc} &= \frac{\alpha_0}{1 + S} \\ \alpha_c &= -\frac{2\alpha_0 S}{(1 + S)^2 + (\delta T_1)^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Puisque $|\alpha_c L| \ll 1$ alors on peut écrire que :

$$a = a_0 \left(1 - \frac{\alpha_c L}{2} \right), \quad (\text{A.5})$$

avec $a_0 = \exp(-\alpha_{inc} L/2)$. En posant $\delta a = -a_0 \alpha_c L/2$ nous pouvons écrire :

$$\frac{T_0(a_0 + \delta a)}{T_0(a_0)} \approx 1 + \frac{2S\mathcal{F}\alpha_0 L}{\pi [(1+S)^2 + (\delta T_1)^2]}. \quad (\text{A.6})$$

Cela nous permet de définir la transmission normalisée de la sonde $T_s(\delta)$ par :

$$T_s(\delta) \approx \frac{T(\omega_0 + \delta)}{T(\omega_0 + \delta)|_{\delta T_1 \rightarrow +\infty}}, \quad (\text{A.7})$$

car nous avons $\omega_0 = \omega_p$. L'équation (A.7) correspond à la transmission de la sonde normalisée par la transmission de la pompe car pour $\delta T_1 \rightarrow +\infty$ l'effet d'OCP disparaît. Nous obtenons donc que :

$$T_s(\delta) \approx 1 + \frac{2S\mathcal{F}\alpha_0 D}{(1+S)^2 + (\delta T_1)^2}. \quad (\text{A.8})$$

Annexe B

Publications et conférences relatives à ce travail de thèse

Articles dans une revue internationale à comité de lecture

R.1 V. Huet, A. Rasoloniaina, P. Guillemé, P. Rochard, P. Féron, M. Mortier, A. Levenson, K. Bencheikh, A. Yacomotti, Y. Dumeige, "*Millisecond photon lifetime in a slow-light microcavity*", *Physical Review Letters*, **116**(13), p. 133902 (2016)

R.2 K.P. Huy, J. Safioui, V. Huet, J.Y. Rauch, P. Féron, M. Chauvet, "*Light coupling with a nonlinear prism*", *Optics Express*, **23**(21), pp. 27028-27033 (2015)

R.3 A. Rasoloniaina, V. Huet, M. Thual, S. Balac, P. Féron, Y. Dumeige, "*Analysis of third-order nonlinearity effects in very high-Q WGM resonator cavity ringdown spectroscopy*", *Journal of the Optical Society of America B*, **32**(3), pp. 370-378 (2015)

R.4 A. Rasoloniaina, V. Huet, T.K.N. Nguyễn, E. Le Cren, M. Mortier, L. Michely, Y. Dumeige, P. Féron, "*Controlling the coupling properties of active ultrahigh-Q WGM microcavities from undercoupling to selective amplification*", *Scientific Reports*, **4**(4023) (2014)

R.5 A. Rasoloniaina, S. Trebaol, V. Huet, E. Le Cren, G. Nunzi Conti, H. Serier-Brault, M. Mortier, Y. Dumeige, P. Féron, "*High gain wavelength selective amplification and cavity ring down spectroscopy in a fluoride glass erbium doped microsphere*", *Optics Letters*, **37**(22), pp. 4735-4737 (2012)

Communications orales dans des congrès internationaux

C.1 V. Huet, A. Rasoloniaina, M. Mortier, K. Bencheikh, A. Yacomotti, A. Levenson, P. Féron, Y. Dumeige, *"Ultra-slow light in Erbium-doped whispering gallery mode microresonators"*, Photonics West 2015, 7-12 February 2015, San Fransisco, USA, Paper 9378-4 (2015)

C.2 P. Féron, A. Rasoloniaina, **V. Huet**, E. Le Cren, S. Trebaol, G. Nunzi Conti, H. Serier-Brault, M. Mortier, Y. Dumeige, *"High gain selective amplification in whispering gallery mode resonators : analysis by cavity ring down method"*, Proceeding of SPIE Vol. 8600, 86000G (2013)

Communications orales dans des congrès nationaux

C.1 A. Rasoloniaina, **V. Huet**, P. Guillemé, J.-B. Ceppe, Y. Légeuillon, P. Féron, Y. Dumeige, *"Micro-résonateurs à modes de galerie pour l'optique non-linéaire et les applications"*, JNCO Rennes, 7-9 Juillet 2015 (2015)

C.2 **V. Huet**, A. Rasoloniaina, M. Mortier, P. Féron, K. Bencheikh, A. Yacomotti, A. Levenson, Y. Dumeige, *"Contrôle du facteur de qualité de micro-résonateurs à modes de galerie actifs"*, COLOQ Rennes, 6-9 Juillet 2015 (2015)

C.3 K. Saleh, A. Coillet, **V. Huet**, A. Ali Slimane, R. Henriët, D. Ristić, A. Desmoulin, V. Conedera, L. Furfaro, M. Jacquot, H. Serier-Brault, P. Gredin, A. Fernandez, P. Salzenstein, K. Phan Huy, M. Chauvet, Y. Chembo, L. Larger, A. Rasoloniaina, Y. Dumeige, P. Féron, M. Ferrari, M. Mortier, O. Llopis, G. Cibiël, *"Résonateurs Optiques à très fort Q et ses applications : Projets ANR-ORA et CNES-SHYRO"*, Journée du Club Optique et Mico-ondes de la SFO, TRT Palaiseau, 20 juin 2013 (2013)

Communications par posters dans des congrès internationaux

C.1 V. Huet, A. Rasoloniaina, Y. Dumeige, P. Féron, *"High gain wavelength selective amplification and cavity ring down spectroscopy in a fluoride glass erbium doped micros-*

phere", Workshop on Optical Nanofiber Applications : From Quantum to Bio Technologies ONNA 2013, 1-7 June 2013, OIST Okinawa, Japan. Book of abstracts p.56 (2013)

C.2 V. Huet, A. Rasoloniaina, Y. Dumeige, P. Féron, "*Transient effects in high-Q whispering gallery mode resonators : Modelling and applications*", 7th Optoelectronics and Photonics Winter School : Physics and applications of optical resonators, ORES 2013, 16-22 March, Trento, Italy (2013)

Communications par posters dans des congrès nationaux

C.1 A. Rasoloniaina, V. Huet, M. Mortier, Y. Dumeige, P. Féron, "*Spectroscopie de micro-résonateurs à modes de galerie dopés Erbium*", COLOQ'13 (2013), Optique Paris 2013, Villetaneuse 8-11 juillet 2013, Recueil des communications pp. 203-204 (2013)

C.2 A. Rasoloniaina, S. Trebaol, **V. Huet**, E. Le Cren, M. Mortier, M. Thaul, Y. Dumeige, P. Féron, "*Amplification sélective dans des microrésonateurs à modes de galerie en verre ZBLALiP dopés Erbium*", JNOG 2012 Lyon, 10-12 juillet 2012, Livre des résumés pp.298-300 (2012)

Proceedings

P.1 P. Féron, A. Rasoloniaina, **V. Huet**, E. Le Cren, S. Trebaol, G. Nunzi Conti, H. Serier-Brault, M. Mortier, Y. Dumeige, "*High gain selective amplification in whispering gallery mode resonators : analysis by cavity ring down method*", Proceeding of SPIE Vol. 8600, 86000G (2013)

Bibliographie

- [1] V. Matsko, A.B. Ilchenko, "Optical resonators with whispering-gallery modes-part i : basics," *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 12, p. 3, 2006.
- [2] V. S. Ilchenko and A. B. Matsko, "Optical resonators with whispering-gallery modes-part ii : applications," *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 12, no. 1, pp. 15–32, 2006.
- [3] K. J. Vahala, "Optical microcavities," *Nature*, vol. 424, pp. 839–846, 2003.
- [4] T. Tanabe, N. Notomi, E. Kuramochi, A. Shinya, and H. Taniyama, "Trapping and delaying photons for one nanosecond in an ultrasmall high-Q photonic-crystal nanocavity," *Nature Photon.*, vol. 1, pp. 49–52, 2007.
- [5] Y. Takahashi, H. Hagino, Y. Tanaka, B.-S. Song, T. Asano, and S. Noda, "High-Q nanocavity with a 2-ns photon lifetime," *Opt. Express*, vol. 15, pp. 17206–17213, Dec 2007.
- [6] Y. Wu, X. Yang, and P. T. Leung, "Theory of microcavity-enhanced raman gain," *Opt. Lett.*, vol. 24, pp. 345–347, Mar 1999.
- [7] P. Del'Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, "Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator," *Nature*, vol. 450, pp. 1214–1217, 2007.
- [8] T. Beckmann, H. Linnenbank, H. Steigerwald, B. Sturman, D. Haertle, K. Buse, and I. Breunig, "Highly tunable low-threshold optical parametric oscillation in radially poled whispering gallery resonators," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 106, p. 143903, 2011.

- [9] J. U. Fürst, D. V. Strekalov, D. Elser, A. Aiello, U. L. Andersen, C. Marquardt, and G. Leuchs, "Quantum light from a whispering-gallery-mode disk resonator," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 106, p. 113901, 2011.
- [10] K. Nozaki, A. Shinya, S. Matsuo, Y. Suzaki, T. Segawa, T. Sato, Y. Kawaguchi, R. Takahashi, and M. Notomi, "Ultralow-power all-optical RAM based on nanocavities," *Nature Photon.*, vol. 6, no. 4, pp. 248 – 252, 2012.
- [11] A. A. Savchenkov, W. Liang, A. B. Matsko, V. S. Ilchenko, D. Seidel, and L. Maleki, "Narrowband tunable photonic notch filter," *Opt. Lett.*, vol. 34, pp. 1318–1320, May 2009.
- [12] W. Liang, V. S. Ilchenko, A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, D. Seidel, and L. Maleki, "Whispering-gallery-mode-resonator-based ultranarrow linewidth external-cavity semiconductor laser," *Opt. Lett.*, vol. 35, pp. 2822–2824, Aug 2010.
- [13] E. Rivera-Pérez, A. Díez, M. V. Andrés, J. L. Cruz, and A. Rodríguez-Cobos, "Tunable narrowband fiber laser with feedback based on whispering gallery mode resonances of a cylindrical microresonator," *Opt. Lett.*, vol. 38, pp. 1636–1638, May 2013.
- [14] K. Volyanskiy, P. Salzenstein, H. Tavernier, M. Pogurmirskiy, Y. K. Chembo, and L. Larger, "Compact optoelectronic microwave oscillators using ultra-high Q whispering gallery mode disk-resonators and phase modulation," *Opt. Express*, vol. 18, pp. 22358–22363, Oct 2010.
- [15] P.-H. Merrer, K. Saleh, O. Llopis, S. Berneschi, F. Cosi, and G. N. Conti, "Characterization technique of optical whispering gallery mode resonators in the microwave frequency domain for optoelectronic oscillators," *Appl. Opt.*, vol. 51, pp. 4742–4748, Jul 2012.
- [16] A. Coillet, R. Henriët, P. Salzenstein, K. P. Huy, L. Larger, and Y. K. Chembo, "Time-domain dynamics and stability analysis of optoelectronic oscillators based on whispering-gallery mode resonators," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol. 19, no. 5, p. 6000112, 2013.
- [17] A. M. Armani, R. P. Kulkarni, S. E. Fraser, R. C. Flagan, and K. J. Vahala, "Label-free, single-molecule detection with optical microcavities," *Science*, vol. 317, no. 5839, pp. 783–787, 2007.

- [18] J. Zhu, S. K. Ozdemir, Y.-F. Xiao, L. Li, L. He, D.-R. Chen, and L. Yang, "On-chip single nanoparticle detection and sizing by mode splitting in an ultrahigh-Q microresonator," *Nature Photon.*, vol. 4, pp. 46–49, 2009.
- [19] J. Ward and O. Benson, "WGM microresonators : sensing, lasing and fundamental optics with microspheres," *Laser Photon. Rev.*, vol. 5, no. 4, pp. 553–570, 2011.
- [20] M. R. Foreman, J. D. Swaim, and F. Vollmer, "Whispering gallery mode sensors," *Adv. Opt. Photon.*, vol. 7, pp. 168–240, Jun 2015.
- [21] D. W. Vernooy, V. S. Ilchenko, H. Mabuchi, E. W. Streed, and H. J. Kimble, "High-Q measurements of fused-silica microspheres in the near infrared," *Opt. Lett.*, vol. 23, pp. 247–249, Feb 1998.
- [22] S. Trebaol, Y. Dumeige, and P. Féron, "Ringing phenomenon in coupled cavities : Application to modal coupling in whispering-gallery-mode resonators," *Phys. Rev. A*, vol. 81, p. 043828, Apr 2010.
- [23] D. K. Armani, T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, "Ultra-high-Q toroid microcavity on a chip," *Nature*, vol. 421, pp. 925–928, 2003.
- [24] H. Lee, T. Chen, J. Li, K. Y. Yang, S. Jeon, O. Painter, and K. J. Vahala, "Chemically etched ultrahigh-q wedge-resonator on a silicon chip," *Nature Photonics*, vol. 6, no. 6, pp. 369–373, 2012.
- [25] T. J. Kippenberg, A. L. Tchebotareva, J. Kalkman, A. Polman, and K. J. Vahala, "Purcell-factor-enhanced scattering from si nanocrystals in an optical microcavity," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 103, p. 027406, Jul 2009.
- [26] I. S. Grudinin, V. S. Ilchenko, and L. Maleki, "Ultrahigh optical Q factors of crystalline resonators in the linear regime," *Phys. Rev. A*, vol. 74, p. 063806, Dec 2006.
- [27] A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, V. S. Ilchenko, and L. Maleki, "Optical resonators with ten million finesse," *Opt. Express*, vol. 15, pp. 6768–6773, May 2007.
- [28] W. Liang, V. S. Ilchenko, D. Eliyahu, A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, D. Seidel, and L. Maleki, "Ultralow noise miniature external cavity semiconductor laser," *Nat. Commun.*, vol. 6, p. 7371, 2015.

- [29] J. Kringlebotn, "Amplified fiber ring resonator gyro," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 4, pp. 1180–1183, Oct 1992.
- [30] A. Rasoloniaina, V. Huet, T. K. N. Nguyễn, E. Le Cren, M. Mortier, L. Michely, Y. Dumeige, and P. Féron, "Controlling the coupling properties of active ultrahigh-Q WGM microcavities from undercoupling to selective amplification," *Sci. Rep.*, vol. 4, p. 4023, 2014.
- [31] G. Müller, M. Müller, A. Wicht, R.-H. Rinkleff, and K. Danzmann, "Optical resonator with steep internal dispersion," *Phys. Rev. A*, vol. 56, pp. 2385–2389, Sep 1997.
- [32] M. D. Lukin, M. Fleischhauer, M. O. Scully, and V. L. Velichansky, "Intracavity electromagnetically induced transparency," *Opt. Lett.*, vol. 23, pp. 295–297, Feb 1998.
- [33] H. Wang, D. J. Goorskey, W. H. Burkett, and M. Xiao, "Cavity-linewidth narrowing by means of electromagnetically induced transparency," *Opt. Lett.*, vol. 25, pp. 1732–1734, Dec 2000.
- [34] J. Zhang, G. Hernandez, and Y. Zhu, "Slow light with cavity electromagnetically induced transparency," *Opt. Lett.*, vol. 33, pp. 46–48, Jan 2008.
- [35] T. Lauprêtre, C. Proux, R. Ghosh, S. Schwartz, F. Goldfarb, and F. Bretenaker, "Photon lifetime in a cavity containing a slow-light medium," *Opt. Lett.*, vol. 36, pp. 1551–1553, May 2011.
- [36] M. Sabooni, Q. Li, L. Rippe, R. K. Mohan, and S. Kröll, "Spectral engineering of slow light, cavity line narrowing, and pulse compression," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 111, p. 183602, Oct 2013.
- [37] M. Soljačić, E. Lidorikis, L. V. Hau, and J. D. Joannopoulos, "Enhancement of microcavity lifetimes using highly dispersive materials," *Phys. Rev. E*, vol. 71, p. 026602, Feb 2005.
- [38] L. Stern and U. Levy, "Transmission and time delay properties of an integrated system consisting of atomic vapor cladding on top of a micro ring resonator," *Opt. Express*, vol. 20, pp. 28082–28093, Dec 2012.
- [39] L. Stern, B. Desiatov, I. Goykhman, and U. Levy, "Nanoscale light matter interactions in atomic cladding waveguides," *Nat. Commun.*, vol. 4, p. 1548, 2013.

- [40] P. Grinberg, K. Bencheikh, M. Brunstein, A. M. Yacomotti, Y. Dumeige, I. Sagnes, F. Raineri, L. Bigot, and J. A. Levenson, "Nanocavity linewidth narrowing and group delay enhancement by slow light propagation and nonlinear effects," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 109, p. 113903, Sep 2012.
- [41] M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin, and R. W. Boyd, "Observation of ultraslow light propagation in a ruby crystal at room temperature," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 90, p. 113903, Mar 2003.
- [42] X. Zhao, P. Palinginis, B. Pesala, C. Chang-Hasnain, and P. Hemmer, "Tunable ultraslow light in vertical-cavity surface-emitting laser amplifier," *Opt. Express*, vol. 13, pp. 7899–7904, Oct 2005.
- [43] N. Laurand, S. Calvez, M. D. Dawson, and A. E. Kelly, "Slow-light in a vertical-cavity semiconductor optical amplifier," *Opt. Express*, vol. 14, pp. 6858–6863, Jul 2006.
- [44] A. El Amili, B.-X. Miranda, F. Goldfarb, G. Baili, G. Beaudoin, I. Sagnes, F. Bretenaker, and M. Alouini, "Observation of slow light in the noise spectrum of a vertical external cavity surface-emitting laser," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 105, p. 223902, Nov 2010.
- [45] G. M. Gehring, A. Schweinsberg, C. Barsi, N. Kostinski, and R. W. Boyd, "Observation of backward pulse propagation through a medium with a negative group velocity," *Science*, vol. 312, no. 5775, pp. 895–897, 2006.
- [46] S. Franke-Arnold, G. Gibson, R. W. Boyd, and M. J. Padgett, "Rotary photon drag enhanced by a slow-light medium," *Science*, vol. 333, no. 6038, pp. 65–67, 2011.
- [47] E. Baldit, K. Bencheikh, P. Monnier, J. A. Levenson, and V. Rouget, "Ultraslow light propagation in an inhomogeneously broadened rare-earth ion-doped crystal," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 95, p. 143601, Sep 2005.
- [48] A. Yariv, "Coupled-mode theory for guided-wave optics," *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, vol. 9, no. 9, pp. 919–933, 1973.
- [49] A. Yariv, "Universal relations for coupling of optical power between microresonators and dielectric waveguides," *Electron. Lett.*, vol. 36, pp. 321–322, 2000.

- [50] H. Haus, *Waves and fields in optoelectronics*. Prentice-Hall, 1984.
- [51] Y. Boucher and P. Feron, "Generalized transfer function : A simple model applied to active single-mode microring resonators," *Optics Communications*, vol. 282, no. 19, pp. 3940–3947, 2009.
- [52] Z. Shi and R. Boyd, "Slow-light fourier transform interferometer," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 99, p. 240801, 2007.
- [53] Z. Shi, R. W. Boyd, D. J. Gauthier, and C. Dudley, "Enhancing the spectral sensitivity of interferometers using slow-light media," *Optics letters*, vol. 32, no. 8, pp. 915–917, 2007.
- [54] U. Bortolozzo, S. Residori, and J.-P. Huignard, "Slow-light birefringence and polarization interferometry," *Optics letters*, vol. 35, no. 12, pp. 2076–2078, 2010.
- [55] H. Wang, D. Goorskey, W. Burkett, and M. Xiao, "Cavity-linewidth narrowing by means of electromagnetically induced transparency," *Opt. Lett.*, vol. 25, pp. 1732–1734, 2000.
- [56] S. Trebaol, *PhD thesis*. Université de Rennes 1, France, 2010.
- [57] M. Cai, O. Painter, and K. Vahala, "Observation of critical coupling in a fiber taper to a silica-microsphere whispering-gallery mode system," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, pp. 74–77, 2000.
- [58] R. Loudon, *The quantum theory of light*. Oxford science publications, 2001.
- [59] J. Choi, R. Lee, and A. Yariv, "Control of critical coupling in a ring resonator-fiber configuration : application to wavelength-selective switching, modulation, amplification, and oscillation," *Opt. Lett.*, vol. 26, pp. 1236–1238, 2001.
- [60] K. Totsuka and M. Tomita, "Optical microsphere amplification system," *Opt. Lett.*, vol. 32, pp. 3197–3199, 2007.
- [61] G. Lenz, B. Eggleton, C. Madsen, and R. Slusher, "Optical delay lines based on optical filters," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 37, pp. 525–532, 2001.
- [62] J. E. Heebner, R. W. Boyd, and Q.-H. Park, "Slow light, induced dispersion, enhanced nonlinearity, and optical solitons in a resonator-array waveguide," *Phys. Rev. E*, vol. 65, p. 036619, Mar 2002.

- [63] J. E. Heebner, V. Wong, A. Schweinsberg, R. W. Boyd, and D. J. Jackson, "Optical transmission characteristics of fiber ring resonators," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 40, no. 6, pp. 726–730, 2004.
- [64] K. Totsuka and M. Tomita, "Dynamics of fast and slow pulse propagation through a microsphere-optical-fiber system," *Phys. Rev. E*, vol. 75, p. 016610, Jan 2007.
- [65] M. Tomita, H. Uesugi, P. Sultana, and T. Oishi, "Causal information velocity in fast and slow pulse propagation in an optical ring resonator," *Phys. Rev. A*, vol. 84, p. 043843, Oct 2011.
- [66] B. J. J. Slagmolen, M. B. Gray, K. G. Baigent, and D. E. McClelland, "Phase-sensitive reflection technique for characterization of a Fabry-Perot interferometer," *Appl. Opt.*, vol. 39, pp. 3638–3643, Jul 2000.
- [67] J. Heebner, V. Wong, A. Schweinsberg, R. Boyd, and D. Jackson, "Optical transmission characteristics of fiber ring resonators," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 40, pp. 726–730, 2004.
- [68] V. Michaud-Belleau, J. Roy, S. Potvin, J.-R. Carrier, L.-S. Verret, M. Charlebois, J. Genest, and C. N. Allen, "Whispering gallery mode sensing with a dual frequency comb probe," *Opt. Express*, vol. 20, pp. 3066–3075, Jan 2012.
- [69] H. Bergeron, J.-R. Carrier, V. Michaud-Belleau, J. Roy, J. Genest, and C. N. Allen, "Optical impulse response of silica microspheres : Complementary approach to whispering-gallery-mode analysis," *Phys. Rev. A*, vol. 87, p. 063835, Jun 2013.
- [70] A. Tanaka, T. Asai, K. Toubaru, H. Takashima, M. Fujiwara, R. Okamoto, and S. Takeuchi, "Phase shift spectra of a fiber-microsphere system at the single photon level," *Opt. Express*, vol. 19, pp. 2278–2285, Jan 2011.
- [71] F. Vanier, C. L. Mela, A. Hayat, and Y.-A. Peter, "Intrinsic quality factor determination in whispering gallery mode microcavities using a single Stokes parameters measurement," *Opt. Express*, vol. 19, pp. 23544–23553, Nov 2011.
- [72] M. Fujiwara, T. Noda, A. Tanaka, K. Toubaru, H.-Q. Zhao, and S. Takeuchi, "Coupling of ultrathin tapered fibers with high-Q microsphere resonators at cryogenic temperatures and observation of phase-shift transition from un-

- dercoupling to overcoupling," *Opt. Express*, vol. 20, pp. 19545–19553, Aug 2012.
- [73] L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, and C. H. Behroozi, "Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas," *Nature*, vol. 397, no. 6720, pp. 594–598, 1999.
- [74] P. Milonni, *Fast light, slow light and left-handed light*. Taylor & Francis Group, 2005.
- [75] M. Bigelow, N. Lepeshkin, and R. Boyd, "Superluminal and slow light propagation in a room-temperature solid," *Science*, vol. 300, pp. 200–202, 2003.
- [76] C. Yin, M. Rancic, G. G. de Boo, N. Stavrias, J. C. McCallum, M. J. Sellars, and S. Rogge, "Optical addressing of an individual erbium ion in silicon," *Nature*, vol. 497, no. 7447, pp. 91–94, 2013.
- [77] E. Baldit, K. Bencheikh, P. Monnier, S. Briaudeau, J. Levenson, V. Crozatier, I. Lorgeré, F. Bretenaker, J. Le Gouët, O. Guillot-Noël, *et al.*, "Identification of Λ -like systems in $\text{Er}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$ and observation of electromagnetically induced transparency," *Physical Review B*, vol. 81, no. 14, p. 144303, 2010.
- [78] G. Liu and B. Jacquier, *Spectroscopic properties of rare earths in optical materials*, vol. 83. Springer Science & Business Media, 2006.
- [79] O. Péron, *Guides d'ondes planaires en verre et vitrocéramique fluorés : élaboration par PVD et spectroscopie d'ions de terres rares*. PhD thesis, Thèse Université du Maine, 2007.
- [80] F. Lissillour, *L'effet laser dans des microsphères de verre fluoré dopées Néodyme et Erbium : Etude expérimentale de différents couplages et de largeurs de raie*. PhD thesis, Université de Rennes 1, 2000.
- [81] M. Mortier, P. Goldner, P. Feron, G. Stephan, H. Xu, and Z. Cai, "New fluoride glasses for laser applications," *Journal of Non-Crystalline Solids*, vol. 326, pp. 505–509, 2003.
- [82] D. E. McCumber, "Theory of phonon-terminated optical masers," *Phys. Rev.*, vol. 134, pp. A299–A306, Apr 1964.
- [83] Y. Huang, M. Mortier, and F. Auzel, "Stark level analysis for Er^{3+} doped zblan glass," *Optical Materials*, vol. 17, no. 4, pp. 501–511, 2001.

- [84] Z. Cai, A. Chardon, H. Xu, P. Féron, and G. M. Stéphan, "Laser characteristics at 1535 nm and thermal effects of an Er : Yb phosphate glass microchip pumped by ti : sapphire laser," *Optics communications*, vol. 203, no. 3, pp. 301–313, 2002.
- [85] P. Feron, C. Arnaud, M. Boustimi, G. Nunzi-Conti, G. C. Righini, and M. Mortier, "Optical feedback on whispering gallery mode laser : wavelength shifts in erbium-doped microspherical laser," in *Photonics Europe*, pp. 199–209, International Society for Optics and Photonics, 2004.
- [86] C. Arnaud, *Étude de fonctions actives et/ou passives à base de micro-résonateurs à modes de galerie*. PhD thesis, Université Rennes 1, 2004.
- [87] G. Nunzi-Conti, A. Chiasera, L. Ghisa, S. Berneschi, M. Brenci, Y. Dumeige, S. Pelli, S. Sebastiani, P. Feron, M. Ferrari, *et al.*, "Spectroscopic and lasing properties of Er³⁺ doped glass microspheres," *Journal of non-crystalline solids*, vol. 352, no. 23, pp. 2360–2363, 2006.
- [88] A. Chiasera, Y. Dumeige, P. Féron, M. Ferrari, Y. Jestin, G. Nunzi Conti, S. Pelli, S. Soria, and G. Righini, "Spherical whispering-gallery-mode microresonators," *Laser Photon. Rev.*, vol. 4, no. 3, pp. 457–482, 2010.
- [89] J. Stratton, *Théorie de l'électromagnetisme*. Dunod, Paris, 1961.
- [90] F. Treussart, *Étude expérimentale de l'effet laser dans des microsphères de silice dopées avec des ions néodyme*. Thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), 1997.
- [91] H. M. Nussenzveig, *Diffraction effects in semiclassical scattering*. Cambridge University Press, 1992.
- [92] C. Lam, P. Leung, and K. Young, "Explicit asymptotic formulas for the positions, widths, and strengths of resonances in mie scattering," *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 9, p. 1585, Feb 1992.
- [93] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions : With Formulars, Graphs, and Mathematical Tables*, vol. 55. DoverPublications. com, 1964.
- [94] Y. Candela, *Microcavités de silice : Excitation par fibre des modes de galerie et fonctionnalisation par des nanocristaux de silicium*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2011.

- [95] G. Lin, *Fabrication et caractérisation de microcavités fonctionnalisées par des nanocristaux d'oxydes de terres rares : réalisation d'un microlaser monomode à très faible seuil*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Paris-ENS Paris, 2010.
- [96] M. L. Gorodetsky, A. A. Savchenkov, and V. S. Ilchenko, "Ultimate Q of optical microsphere resonators," *Opt. Lett.*, vol. 21, pp. 453–455, Apr 1996.
- [97] V. Ilchenko, A. Savchenkov, A. Matsko, and L. Maleki, "Nonlinear optics and crystalline whispering gallery mode cavities," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 92, p. 043903, 2004.
- [98] V. B. Braginsky, M. L. Gorodetsky, and V. S. Ilchenko, "Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering-gallery modes," *Physics Letters A*, vol. 137, pp. 393–397, 1989.
- [99] A. Rasoloniaina, V. Huet, M. Thual, S. Balac, P. Féron, and Y. Dumeige, "Analysis of third-order nonlinearity effects in very high-q wgm resonator cavity ringdown spectroscopy," *JOSA B*, vol. 32, no. 3, pp. 370–378, 2015.
- [100] M. L. Gorodetsky and V. S. Ilchenko, "Optical microsphere resonators : optimal coupling to high-q whispering-gallery modes," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 16, no. 1, pp. 147–154, 1999.
- [101] F. Treussart, V. Ilchenko, J.-F. Roch, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, J.-M. Raimond, and S. Haroche, "Evidence for intrinsic kerr bistability of high-q microsphere resonators in superfluid helium," *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, vol. 1, pp. 235–238, 1998.
- [102] V. S. Ilchenko, X. S. Yao, and L. Maleki, "Pigtailling the high-q microsphere cavity : a simple fiber coupler for optical whispering-gallery modes," *Opt. Lett.*, vol. 24, no. 11, pp. 723–725, 1999.
- [103] B. E. Little, J.-P. Laine, H. A. Haus, and L. Fellow, "Analytic theory of coupling from tapered fibers and half-blocks into microsphere resonators," *J. Lightwave Technol.*, vol. 17, no. 4, p. 704, 1999.
- [104] J. C. Knight, G. Cheung, F. Jacques, and T. A. Birks, "Phase-matched excitation of whispering-gallery-mode resonances by a fiber taper," *Opt. Lett.*, vol. 22, no. 15, pp. 1129–1131, 1997.

- [105] M. Cai, O. Painter, and K. J. Vahala, "Observation of critical coupling in a fiber taper to a silica-microsphere whispering-gallery mode system," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, pp. 74–77, Jul 2000.
- [106] F. Lissillour, D. Messenger, G. Stéphan, and P. Féron, "Whispering-gallery-mode laser at 1.56 μm excited by a fiber taper," *Optics letters*, vol. 26, no. 14, pp. 1051–1053, 2001.
- [107] S. M. Spillane, T. J. Kippenberg, O. J. Painter, and K. J. Vahala, "Ideality in a fiber-taper-coupled microresonator system for application to cavity quantum electrodynamics," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 91, p. 043902, Jul 2003.
- [108] M. Borselli, *High-Q microresonators as lasing elements for silicon photonics*. PhD thesis, California Institute of Technology, 2006.
- [109] M. Cai and K. Vahala, "Highly efficient hybrid fiber taper coupled microsphere laser," *Opt. Lett.*, vol. 26, no. 12, pp. 884–886, 2001.
- [110] M. J. Humphrey, E. Dale, A. Rosenberger, and D. Bandy, "Calculation of optimal fiber radius and whispering-gallery mode spectra for a fiber-coupled microsphere," *Optics communications*, vol. 271, no. 1, pp. 124–131, 2007.
- [111] A. W. Snyder and J. Love, *Optical waveguide theory*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [112] A. Coillet, *Microfibres pour l'optique non linéaire*. PhD thesis, université de Bourgogne, 2011.
- [113] K. A. Murphy, M. F. Gunther, and R. O. Claus, "Fused biconical taper fiber optic coupler station and fabrication techniques," Aug. 16 1994. US Patent 5,339,374.
- [114] F. Orucevic, V. Lefèvre-Seguin, and J. Hare, "Transmittance and near-field characterization of sub-wavelength tapered optical fibers," *Opt. Express*, vol. 15, pp. 13624–13629, Oct 2007.
- [115] T. Birks and Y. W. Li, "The shape of fiber tapers," *Lightwave Technology, Journal of*, vol. 10, no. 4, pp. 432–438, 1992.
- [116] Y. Dumeige, S. Trebaol, L. Ghişa, T. K. N. Nguyễn, H. Tavernier, and P. Féron, "Determination of coupling regime of high-Q resonators and optical gain of

- highly selective amplifiers," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 25, pp. 2073–2080, Dec 2008.
- [117] X. Yao and L. Maleki, "Optoelectronic microwave oscillator," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 13, pp. 1725–1735, 1996.
- [118] C. Nelson, A. Hati, D. Howe, and W. Zhou, "Microwave Optoelectronic Oscillator with Optical Gain," in *Frequency Control Symposium, 2007 Joint with the 21st European Frequency and Time Forum. IEEE International*, pp. 1014–1019, May 2007.
- [119] Z. K. Ioannidis, P. M. Radmore, and I. P. Giles, "Dynamic response of an all-fiber ring resonator," *Opt. Lett.*, vol. 13, pp. 422–424, May 1988.
- [120] J. Poirson, F. Bretenaker, M. Vallet, and A. L. Floch, "Analytical and experimental study of ringing effects in a Fabry–Perot cavity. application to the measurement of high finesses," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 14, pp. 2811–2817, Nov 1997.
- [121] J. Morville, D. Romanini, M. Chenevier, and A. Kachanov, "Effects of laser phase noise on the injection of a high-finesse cavity," *Appl. Opt.*, vol. 41, pp. 6980–6990, Nov 2002.
- [122] F.-J. Shu, C.-L. Zou, Ş. K. Özdemir, L. Yang, and G.-C. Guo, "Transient microcavity sensor," *arXiv preprint arXiv :1509.07316*, 2015.
- [123] T. F. Krauss, "Why do we need slow light?," *Nature Photonics*, vol. 2, no. 8, pp. 448–450, 2008.
- [124] T. Baba, "Slow light in photonic crystals," *Nature photonics*, vol. 2, no. 8, pp. 465–473, 2008.
- [125] P. Colman, C. Husko, S. Combrié, I. Sagnes, C. Wong, and A. De Rossi, "Temporal solitons and pulse compression in photonic crystal waveguides," *Nature Photonics*, vol. 4, no. 12, pp. 862–868, 2010.
- [126] R. Hao, E. Cassan, H. Kurt, X. Le Roux, D. Marris-Morini, L. Vivien, H. Wu, Z. Zhou, and X. Zhang, "Novel slow light waveguide with controllable delay-bandwidth product and ultra-low dispersion," *Optics Express*, vol. 18, no. 6, pp. 5942–5950, 2010.

- [127] T. F. Krauss, "Slow light in photonic crystal waveguides," *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 40, no. 9, p. 2666, 2007.
- [128] F. Xia, L. Sekaric, and Y. Vlasov, "Ultracompact optical buffers on a silicon chip," *Nature photonics*, vol. 1, no. 1, pp. 65–71, 2007.
- [129] J. T. Mok, C. M. De Sterke, I. C. Littler, and B. J. Eggleton, "Dispersionless slow light using gap solitons," *Nature Physics*, vol. 2, no. 11, pp. 775–780, 2006.
- [130] K. Y. Song, M. G. Herráez, and L. Thévenaz, "Observation of pulse delaying and advancement in optical fibers using stimulated brillouin scattering," *Optics Express*, vol. 13, no. 1, pp. 82–88, 2005.
- [131] S. Chin, L. Thévenaz, J. Sancho, S. Sales, J. Capmany, P. Berger, J. Bourderionnet, and D. Dolfi, "Broadband true time delay for microwave signal processing, using slow light based on stimulated brillouin scattering in optical fibers," *Optics express*, vol. 18, no. 21, pp. 22599–22613, 2010.
- [132] Y. Okawachi, M. S. Bigelow, J. E. Sharping, Z. Zhu, A. Schweinsberg, D. J. Gauthier, R. W. Boyd, and A. L. Gaeta, "Tunable all-optical delays via brillouin slow light in an optical fiber," *Physical review letters*, vol. 94, no. 15, p. 153902, 2005.
- [133] S. Residori, U. Bortolozzo, and J.-P. Huignard, "Slow and fast light in liquid crystal light valves," *Physical review letters*, vol. 100, no. 20, p. 203603, 2008.
- [134] H. Kang, G. Hernandez, and Y. Zhu, "Slow-light six-wave mixing at low light intensities," *Physical review letters*, vol. 93, no. 7, p. 073601, 2004.
- [135] D. Budker, D. Kimball, S. Rochester, and V. Yashchuk, "Nonlinear magneto-optics and reduced group velocity of light in atomic vapor with slow ground state relaxation," *Physical review letters*, vol. 83, no. 9, p. 1767, 1999.
- [136] P.-C. Ku, F. Sedgwick, C. J. Chang-Hasnain, P. Palinginis, T. Li, H. Wang, S.-W. Chang, and S.-L. Chuang, "Slow light in semiconductor quantum wells," *Opt. Lett.*, vol. 29, pp. 2291–2293, Oct 2004.
- [137] P. Wu and D. V. G. L. N. Rao, "Controllable snail-paced light in biological bacteriorhodopsin thin film," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 95, p. 253601, Dec 2005.

- [138] L. W. Hillman, R. W. Boyd, J. Krasinski, and C. S. Jr., "Observation of a spectral hole due to population oscillations in a homogeneously broadened optical absorption line," *Optics Communications*, vol. 45, no. 6, pp. 416 – 419, 1983.
- [139] V. S. Zapasskii and G. G. Kozlov, "A saturable absorber, coherent population oscillations, and slow light," *Opt. Spectrosc.*, vol. 100, no. 3, pp. 419–424, 2006.
- [140] G. Piredda and R. W. Boyd, "Slow light by means of coherent population oscillations : laser linewidth effects," *J. Eur. Opt. Soc. Rapid Publ.*, vol. 2, no. 0, 2007.
- [141] B. Macke and B. Ségard, "Slow light in saturable absorbers," *Phys. Rev. A*, vol. 78, p. 013817, Jul 2008.
- [142] K. Bencheikh, E. Baldit, S. Briaudeau, P. Monnier, J. A. Levenson, and G. Mélin, "Slow light propagation in a ring erbium-doped fiber," *Opt. Express*, vol. 18, pp. 25642–25648, Dec 2010.
- [143] G. S. Agarwal and T. N. Dey, "Ultraslow light in inhomogeneously broadened media," *Phys. Rev. A*, vol. 73, p. 043809, Apr 2006.
- [144] R. W. Boyd, M. G. Raymer, P. Narum, and D. J. Harter, "Four-wave parametric interactions in a strongly driven two-level system," *Physical Review A*, vol. 24, no. 1, p. 411, 1981.
- [145] Y. Dumeige, A. M. Yacomotti, P. Grinberg, K. Bencheikh, E. Le Cren, and J. A. Levenson, "Microcavity-quality-factor enhancement using nonlinear effects close to the bistability threshold and coherent population oscillations," *Phys. Rev. A*, vol. 85, p. 063824, Jun 2012.
- [146] C. R. Giles and E. Desurvire, "Modeling erbium-doped fiber amplifiers," *IEEE J. Lightw. Technol.*, vol. 9, pp. 271–283, Feb 1991.
- [147] D. L. McAuslan, D. Korystov, and J. J. Longdell, "Coherent spectroscopy of rare-earth-metal-ion-doped whispering-gallery-mode resonators," *Phys. Rev. A*, vol. 83, p. 063847, Jun 2011.
- [148] B. Gouraud, D. Maxein, A. Nicolas, O. Morin, and J. Laurat, "Demonstration of a memory for tightly guided light in an optical nanofiber," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 114, p. 180503, May 2015.

Résumé

Les microrésonateurs à modes de galerie en matériaux amorphes sont faciles à produire par des techniques de fusion. Leur facteur de qualité est cependant limité à quelques 10^8 du fait du phénomène de contamination de surface ou d'une absorption résiduelle plus importante que celle des matériaux cristallins. Nous avons développé deux méthodes utilisant des micro-résonateurs actifs, fabriqués par fusion de poudres de verres ZBLALiP dopés Erbium, permettant de dépasser cette limite. Il est tout d'abord possible de compenser les pertes en introduisant du gain optique dans le micro-résonateur. Des facteurs de qualité chargés de 5×10^9 correspondant à un facteur de qualité intrinsèque de 10^{10} ont ainsi pu être mesurés. En plus d'une augmentation du facteur de qualité, le gain interne offre un paramètre supplémentaire de contrôle du couplage, cela nous a permis d'obtenir tous les régimes de couplage d'un résonateur à partir du sous couplage jusqu'au régime d'amplification sélective. Nous avons atteint en particulier le régime de transparence, un micro-résonateur dans un tel régime peut trouver des applications comme ligne à retard variable transparente ayant un retard de groupe qui peut être modifié en jouant sur le taux de couplage entre le résonateur et la ligne d'accès. La deuxième méthode consiste à augmenter très fortement la valeur de l'indice de groupe du milieu par des effets de lumière lente. Un indice de groupe d'environ 4×10^6 a été obtenu via le phénomène d'Oscillations Cohérentes de Populations (OCP) ce qui caractérise un très fort ralentissement de la lumière. Ceci nous a permis d'augmenter, dans une micro-cavité, le temps de stockage des photons de 200 ps à 2,5 ms ce qui correspond à un facteur Q de 3×10^{12} .

Abstract

Glass-based whispering gallery mode (WGM) microresonators are easy to produce by melting techniques. However, they suffer from surface contamination or residual absorption which limits their long term quality factor to only about 10^8 . We show that an optical gain provided by erbium ions can compensate for residual losses. Moreover it is possible to control the coupling regime of an ultra-high Q-factor microresonator from undercoupling to spectral selective amplification by changing the pumping rate. We demonstrate a critically coupled fluoride glass WGM microresonator with a diameter of $220\text{ }\mu\text{m}$ and a loaded Q-factor of 5.3×10^9 . We also show that by introducing slow-light effects in a monolithic WGM microresonator it is possible to enhance the photon lifetime by several orders of magnitude and circumvent fabrication limitations. We experimentally demonstrate Erbium-doped fluoride glass microresonators with a photon lifetime up to 2.5 ms at room temperature, corresponding to a Q-factor of 3×10^{12} at 1530 nm, by combining WGM resonance effect and population oscillations.

